**Tanmenet (részlet) – A másodfokú egyenlet**

Évfolyam: 10

Osztály: nem bontott

Kerettanterv: gimnázium

Szint: közép

Készítette: Holló Szelina, Márkus Csaba, Meszlényi Nóra

Tartalom

[Fogalmi háló 2](#_Toc4954067)

[Tanmenet 3](#_Toc4954068)

[Óraterv 7](#_Toc4954069)

[Témazáró dolgozat 10](#_Toc4954070)

[Megoldások, pontozás 11](#_Toc4954071)

# fogalmi háló3.pngFogalmi háló

# Tanmenet

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Óra sorszáma | Óra címe | Óra tartalma röviden | Óra tartalma részletesen | Megjegyzések | Óra típusa |
| 1. | Ismétlés/ bevezetés | Elsőfokú egyenletek | Átismételjük az elsőfokú egyenletek megoldását (mérlegelv) | Még nem kell a diákoknak felírni az egyenletet szöveg alapján, csak megadott egyenleteket kell megoldaniuk | Önálló munka |
| 2. | Szorzattá alakítás | Hiányos másodfokú egyenletek megoldása | Röviden a kiemelést átismételjük, szorzat mikor lehet nulla, egy egyenletnek lehet több megoldása is |  | Rövid frontális rész, önálló munka |
| 3. | Nevezetes azonossá­gok (másodfo­kúak) | A másodfokú azonosságok használata egyenletek megoldásánál | Nevezetes azonosságok használatával alakítunk szorzattá, és így oldunk meg egyenleteket |  | Páros munka, egymásnak adjanak feladatot |
| 4. | Röpdolgo­zat (1-3)A másodfokú egyenlet megoldóképlete, gyöktényezős alak | A megoldóképlet levezetése, megértése, a gyöktényezős alak ismertetése | Az általános másodfokú egyenlet megoldóképletének levezetése, (a levezetést nem kötelező megtanulni)  | A ± jel jelentése problémát okozhat | Frontális óra |
| 5. | Gyakorlás | Másodfokú egyenletek megoldása | A képletben szereplő betűk jelentésének megértése, berögzítése, a képlet memorizálása | Ne minden feladatnak legyen megoldása, házi feladat: Mikor van 2, 1, 0 megoldása az egyenletnek?A diszkrimináns fogalma a következő óra témája | Önálló/ páros munka |
| 6. | Diszkrimináns | A diszkrimináns definíciója, jelentősége | Definiáljuk a diszkriminánst, |  | Páros munka |
| 7. | Egyenletek felírásaGyöktényezős alak | Önálló egyenlet alkotás 0, 1, 2 gyökkelAdott másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása, és a gyöktényezős alak felírása | A diákok írjanak fel maguknak egyenleteket, aminek 0, 1, 2 megoldása van, egymás feladatait oldják meg |  | Önálló/ csoportmunka |
| 8. | Gyökök és együtthatók közötti összefüggés | A Viete-formulák levezetése a megoldó képletből | Az órán levezetjük a Viete-formulákat, feladatokon keresztül gyakorolják a diákok |  | Frontális/ önálló munka |
| 9. | Röpdolgozat (4-8)A másodfokú függvény ábrázolása | Függvény ábrázolása a gyökök ismeretében | Minimum/ maximum pont megtalálása a gyökök függvényében, másodfokú függvény ábrázolása a koordináta rendszerben, függvény-hozzárendelés leolvasása a grafikonról | A parabola konvexitása a főegyüttható függvényében | Frontális/ önálló |
| 10. | Paraméteres másodfokú egyenletek | Hogyan határozzunk meg egy paramétert, hogy az egyenletnek 0, 1, 2 gyöke legyen? | Paraméteres egyenletek, paraméter meghatározása a diszkrimináns segítségével | Paraméter és ismeretlen közti különbség problémát okozhat | Frontális/ önálló |
| 11. | Alkalmazások/ ismétlés | Hol találkozunk másodfokú egyenletekkel? | Fizikában hajítások, inga lengésideje, kútba dobott kő, egyenletesen gyorsuló test | Fizikai képletek problémát jelenthetnek, fel kell írni őket a táblára | Frontális/ önálló |
| 12. | Ismétlés/ gyakorlás | Témazáróra való készülés |  |  |  |
| 13. | Témazáró |  |  |  |  |

A diákoknak lehetőségük lenne a témakörhöz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességekből kiselőadást/kiselőadásokat tartani. Ezeknek a pontos témáját és időpontját a diákokkal egyeztetnénk. (Mivel viszonylag rövid bemutatókról van szó, bármelyik órára betervezhető, vagy esetleg az ismétlő órára.) Jutalmazás az adott osztályban megszokottak szerint.

Mindenképp megemlítenénk, hogy a másodfokú egyenletek megoldásának „receptje” 3600 éve, az ókori mezopotámiaiak óta ismert, a harmadfokú egyenlet megoldó képlete azonban csak a 16. században született meg (ehhez esetleg videó részlet).

[Egyenletek megoldásának története](http://matek-fizika.info/mat_online/modulok/leckek.php?fejezet=Mat_tort&tema=Mat_tort_Egyenlet&oldal=index)

<https://indavideo.hu/video/A_matek_tortenete_Keleti_elmek_2_resz>
(51:48-tól, harmadfokú egyenlet megoldó képletének felfedezése)

#

# Óratervek

6. óra- Diszkrimináns Rózsaszín rész: Aktív részletbemutatás

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Idő | Feladat | Munkaforma | Eszközök/ Megjegyzések |
| 0-3p | Adminisztráció | - | - |
| 3-10p | Házi feladat ellenőrzés1. Oldd meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!
	1. ;
	2. ;
	3.
	4.
	5.
	6.
 | 6 embert kihívva a táblához mindenki felír egy feladatmegoldást a táblára. | tábla |
| 10-20p | 1. Oldd meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

<https://bit.ly/2FPmwba>vagy* 1. –60+2x²–2x=0
	2. 4x²–224+4x=0
	3. x²–4=+3x
	4. ;
	5. ;
	6. ;
	7. (1+2x)(3–x)+x2=9
	8. 9x2–9x+2=(3x-1)(3x-2)
	9. 47–x(3x+4)=2(17–2x)–62
	10. 10(x–2)+19=(5x–1)(1+5x)
	11. (x–7)(x+3)+(x–1)(x+5)=102
 | Egyéni | okostelefon vagy füzet (ha nincs net)Az idő fix, nembaj ha a gyengébb képességű diák nem fejezi be. A párokba osztás a lényeg. ( Az is) |
| 20-22p | Párokba osztás | - | A tanár heterogén párosokat hoz létre, a következő feladatot párban fogják megoldani. ( Aszerint, hogy az előző feladatot ki hogy oldotta meg, mennyit sikerült megoldania) |
| 22-35p | Oldjátok meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán! Számoljátok ki a négyzetgyökjel alatti kifejezés eredményét külön, majd keressetek összefüggést a kifejezés eredménye és az egyenletek megoldása között!3∙x² – 5∙x + 2 = 0(-2)∙x² + 3∙x – 4 = 0 | Páros munka+ utolsó percben megbeszélés hogy mire jutottak | füzet |
| 35-40p | Diszkrimináns definíciója | frontális | Beragasztható papírfecnin megkapják a definíciót. Tanár a táblára írja. |
| 40-44p | Állapítsa meg, hogy a valós számok halmazán hány megoldása van az alábbi egyenletnek, anélkül, hogy kiszámítaná azokat!* 1.
	2.
	3.
 | páros munka |  |
| 45p | Házi feladat:Állapítsa meg, hogy a valós számok halmazán hány megoldása van az alábbi egyenletnek, anélkül, hogy kiszámítaná azokat!* 1. ;
	2.
	3.
	4.

Találjatok ki 3-3 másodfokú egyenletek úgy, hogy 0,1,2 megoldása legyen! (gondolj a diszkriminánsra) | - | papíron megkapják |

Óraterv a tanmenet 9. órájához (Másodfokú függvény ábrázolása)

Megjegyzés: f(x)=x2 függvényt ábrázolni koordinátarendszerben volt a házi feladat az előző órán

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Idő (perc) | Tevékenység (tanár) | Tevékenység (diák) | Munkaforma | Megjegyzés/eszközök |
|  | Köszönés, adminisztráció, házi feladat |  |  | Napló/névsor |
| 0-5 | 2 típusú másodfokú függvény felírása:1. $(x+a)^{2}+b$
2. $\left(x+c\right)(x+d)$
 | Jegyzetelés | Frontális | Tábla |
| 5-20 | Az 1-es ábrázolása koordinátarendszerben: ’a’-val balra! tolom, ’b’-vel föl tolom a parabolát (elég a csúcsot figyelni) | Jegyzetelés | Frontális | Tábla |
| Gyökök ábrázolása koordinátarendszerbenA parabola szimmetriája miatt a gyökökből a minimum/ maximum hely meghatározható 🡪 megtaláltuk a csúcsátAz f(x) és a –f(x) egymáshoz képest | Olvassák le a 2-es függvény gyökeit | Frontális | Tábla/ ha a lehetőség adott geogebra/Microsoft methematics/DesmosA parabola konstanssal megszorzott alakjára a függvények témakörben érünk vissza részletesen |
| 20-30 | Néhány egyszerű példa önálló ábrázolása1. $(x-3)^{2}+5$
2. $(x+5)^{2}-3$
3. $\left(x-5\right)(x+3)$
4. $\left(x+5\right)(x-3)$
 | Parabolák önálló ábrázolás | Önálló pármunka | Füzet/ az előbbi programok |
| 30-40 | Négyzetes úttörvény felírása:$$s\left(t\right)=\frac{a}{2}t^{2}+v\_{0}\*t+s\_{0}$$Betűk jelentéseEgy példa:a=-2v0=3s0=10 | A törvénybe behelyettesítés, a kapott függvény ábrázolása, gyökök meghatározása | Frontális/önálló | A kapott gyököket értelmezni is kell |
| 40-45 | A kapott gyökök értelmezése, az értelmezési tartomány szerepeHázi feladat parabolák ábrázolása:1. $–(x-2)^{2}+3$
2. $–[\left(x-2\right)^{2}+3]$
3. $\left(x+5\right)\left(x-5\right)$
4. $\left(x-4\right)(x-4)$
5. $–\left(x-1\right)x$
 | Jegyzetelés | Frontális |  |

# Témazáró dolgozat

1. Old meg az egyenletet!

$$x^{2}=25$$

1. Old meg az egyenletet!

$$3x^{3}+27x^{2}=0$$

1. Alakítsd szorzattá!

$$x^{2}+2xy+y^{2}-z^{2}$$

1. Számítsd ki az egyenlet gyökeit!

$$2a^{2}-6a-20=0$$

1. Mely p valós paraméter mellett lesz a következő egyenletnek legalább 1 darab megoldása?

$$x^{2}+2\left(p-1\right)x+p-5=0$$

1. Mond meg az egyenlet megoldása nélkül, hogy mennyi a gyökeinek az összege illetve szorzata! Írd le a számolás menetét!

$$b^{2}-3,9b+5,5=0$$

1. Egy kavicsot függőlegesen feldobunk 5m/s kezdősebességgel. A kavicsot 10m magasról dobjuk. A nehézségi gyorsulás értékét 10m/s2-nek kerekítjük. Mennyi idő múlva ér földet a kavics? Rajzold le a kavics pályáját (az a vonal, ami mentén mozog a kavics) és ábrázold a kavics út-idő függvényét is!

A négyzetes úttörvény: $\frac{1}{2}a\*t^{2}+v\_{0}\*t+s\_{0}=s(t)$

# Megoldások, pontozás

1. Old meg az egyenletet! 2 pont

$$x^{2}=25$$

Átrendezve: x2-25=(x-5)(x+5) ahonnan x=5 vagy x=-5. Mindkét megoldás 1-1 pont, ha megoldó képletet használ, vagy abszolút értéket akkor is jár a pont.

1. Old meg az egyenletet! 3 pont

$$3x^{3}+27x^{2}=0$$

$$3x^{2}\left(x+3\right)=0$$

Innen leolvasva x=0 vagy x=-3
A helyes kiemelés 1 pont, a két gyök megállapítása 1-1 pont. Ha csak x-et emel ki és utána képletet használ, akkor is jár a teljes pontszám.

1. Alakítsd szorzattá! 3 pont

$$x^{2}+2xy+y^{2}-z^{2}$$

$$(x+y)^{2}-z^{2}=\left(x+y-z\right)(x+y+z)$$

Az (a+b)2 felismerése 2 pont, az a2-b2 1 pont.

1. Számítsd ki az egyenlet gyökeit! 3 pont

$$2a^{2}-6a-20=0$$

$$a\_{1,2}=\frac{6\pm \sqrt{(-6)^{2}-4\*2\*(-20)}}{2\*2}=\frac{6\pm \sqrt{196}}{4}=\frac{6\pm \sqrt{14^{2}}}{4}$$

$$a\_{1}=-2 a\_{2}=5$$

A megoldó képlet helyes felírása 1 pont, a két gyök helyes kiszámítása 1-1 pont.

1. Mely p valós paraméter mellett lesz a következő egyenletnek legalább 1 darab valós gyöke? 4 pont

$$x^{2}+2\left(p-1\right)x+p-5=0$$

Diszkrimináns felírása: $D=4(p-1)^{2}-4\*(p-5)\geq 0$ 1 pont

Az egyenlőtlenség megoldása megoldó képlettel. 1 pont

$$4p^{2}-8p+4-4p+20=4p^{2}-4p+24\geq 0$$

$$x\_{1,2}=\frac{-(-4)\pm \sqrt{(-4)^{2}-4\*4\*24}}{2\*4}$$

Nincs megoldás. 1 pont

Nincs olyan p amire az egyenletnek lenne valós gyöke. 1 pont

1. Mond meg az egyenlet megoldása nélkül, hogy mennyi a gyökeinek az összege illetve szorzata! Írd le a számolás menetét! 4 pont

$$5b^{2}-19,5b+27,5=0$$

Viete-formulák felírása: $x\_{1}+x\_{2}=-\frac{b}{a} x\_{1}\*x\_{2}=\frac{c}{a}$ 2 pont

Az összeg és a szorzat meghatározása (3,9 és 5,5) 1-1 pont

1. Egy kavicsot függőlegesen feldobunk 5m/s kezdősebességgel. A kavicsot 10m magasról dobjuk. A nehézségi gyorsulás értékét 10m/s2-nek kerekítjük. Mennyi idő múlva ér földet a kavics? Rajzold le a kavics pályáját (az a vonal, ami mentén mozog a kavics) és ábrázold a kavics út-idő függvényét is!

A négyzetes úttörvény: $\frac{1}{2}a\*t^{2}+v\_{0}\*t+s\_{0}=s(t)$

Az egyenletbe a megfelelő behelyettesítés: $\frac{1}{2}\*\left(-10\right)\*t^{2}+5\*t+10=0$ 2 pont (1 tévesztés: 1 pont)

Az egyenlet megoldása (2 és -1): 1 pont

A helyes gyök kiválasztása (2): 1 pont

Az út-idő grafikon ábrázolása 2 pont.

**Értékelés:**

22-25 5 88%-tól
18-21 4 72%-tól
14-17 3 56%-tól
10-13 2 40%-tól
 -9 1