**2013. október – emelt - 3. feladat**

*Egy 50 adatból álló adatsokaság minden adata eleme a {0; 1; 2} halmaznak.*

1. *Legfeljebb hány 2-es lehet az adatsokaságban, ha az adatok átlaga 0,32? (4 pont)*
2. *Lehet-e az 50 adat mediánja 0, ha az átlaguk 1,04? (7 pont)*
3. *Lehet-e az 50 adat egyetlen módusza az 1, ha az átlaguk 0,62? (3 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. a)** | | |
| Ha az 50 adat átlaga 0,32, akkor összegük . | 2 pont |  |
| (Mivel az adatsokaság minden adata nemnegatív,) legfeljebb 8 darab 2-es lehet az 50 adat között. (8 darab 2-es és 42 darab 0 esetén valóban 0,32 az átlag.) | 2 pont |  |
| **Összesen:** | **4 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. b) első megoldás** | | |
| Indirekt módon tegyük fel, hogy a medián lehet 0, | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| azaz a nemcsökkenő sorozatba rendezett sokaságban a 25. és a 26. szám (és így az első 24 szám) is 0. | 1 pont |  |
| Ekkor összesen legfeljebb 24 szám lehet 1 vagy 2. | 1 pont |  |
| Az 50 szám összege tehát legfeljebb 48 lehet, | 1 pont |  |
| az elérhető legnagyobb átlag pedig 0,96. | 1 pont |  |
| Mivel ez kisebb, mint 1,04, ellentmondásra jutottunk, | 1 pont |  |
| azaz nem lehet a medián 0. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **7 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. c)** | | |
| Például 31 darab 1 és 19 darab 0 esetén 0,62 az átlag, valamint 1 a(z egyetlen) módusz, | 2 pont | *Bármilyen jó példáért vagy más helyes indoklásért jár ez a 2 pont.* |
| tehát lehet az 50 adat módusza az 1. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **3 pont** |  |

**2013. október – emelt - 5. feladat**

*Egy iskola alapítványi bálján a korábban szokásos tombolahúzás helyett egy egyszerű lottóhúzást szerveznek. A szelvényt vásárolóknak az első tíz pozitív egész szám közül kell ötöt megjelölniük. Húzáskor öt számot sorsolnak ki (az egyszer már kihúzott számokat nem teszik vissza). Egy lottószelvény 200 Ft-ba kerül. Egy telitalálatos szelvénnyel 5000 Ft értékű, egy négytalálatos szelvénnyel 1000 Ft értékű, az alapítvány által vásárolt könyvutalványt lehet nyerni. Négynél kevesebb találatot elérő szelvénnyel nem lehet nyerni semmit.*

1. *Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a legkisebb kihúzott szám a 3. (3 pont)*
2. *Mennyi annak a valószínűsége, hogy a számokat növekvő sorrendben húzzák ki? (4 pont)*

*Az a) és b) kérdésekre adott válaszait három tizedesjegyre kerekítve adja meg!*

1. *Számolással igazolja, hogy (három tizedesjegyre kerekítve) a telitalálat valószínűsége 0,004, a négyes találat valószínűsége pedig 0,099. (4 pont)*
2. *Ha a húzás előtt 240 szelvényt adtak el, akkor mekkora az alapítvány lottóhúzásból származó hasznának várható értéke? (5 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **8. a)** | | |
| Az összes eset száma , | 1 pont | *Ez a 2 pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt* |
| a kedvez ő esetek száma , | 1 pont |
| így a kérdéses valószínűség: . | 1 pont | *A 13,9% is elfogadható válaszként.* |
| **Összesen:** | **3 pont** |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó rossz (pl. visszatevéses) modellt használ, akkor erre a részre 0 pont jár.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **5. b) első megoldás** | | |
| Bármelyik öt számot egyféleképpen lehet növekvő sorrendben kihúzni. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| A megfelelő húzások (a kedvező esetek) száma tehát . | 1 pont |  |
| (A húzási sorrendet figyelembe véve) az összes eset száma . | 1 pont |  |
| A keresett valószínűség: . | 1 pont | *A 0,8% is elfogadható válaszként.* |
| **Összesen:** | **4 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **5. b) második megoldás** | | |
| Bármelyik öt szám húzása esetén bármelyik húzási sorrend egyenlően valószínű. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| Adott öt szám esetén ezek száma: | 1 pont |  |
| Ezek közül egy húzási sorrend növekvő. | 1 pont |  |
| A keresett valószínűség: | 1 pont. | *A 0,8% is elfogadható válaszként.* |
| **Összesen:** | **4 pont** |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó valamelyik válaszában nem kerekít vagy rosszul kerekít, akkor az a) és b) részben összesen 1 pontot veszítsen.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **5. c)** | | |
| A telitalálat valószínűsége: | 1 pont |  |
| Négy találat esetén a kedvező esetek száma:, | 2 pont |  |
| így a négy találat valószínűsége: | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **4 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **5. d) első megoldás** | | |
| A szelvények eladásából származó bevétel: | 1 pont |  |
| Egy szelvényre vonatkozóan a kiadás várható értéke: | 2 pont |  |
| Az eladott összes szelvényre a kiadás várható értéke: | 1 pont |  |
| Így az alapítvány hasznának várható értéke: Ft. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **5. d) második megoldás** | | |
| A szelvények eladásából származó bevétel: | 1 pont |  |
| Az öttalálatos szelvények számának várható értéke: . | 1 pont |  |
| A négytalálatosok számának várható értéke: . | 1 pont |  |
| Az eladott összes szelvényre a kiadás várható értéke: | 1 pont |  |
| Így az alapítvány hasznának várható értéke: Ft. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

*Megjegyzés: Más, helyes gondolatmenettel és jó kerekítésekkel kapott részeredmények és végeredmény is elfogadható.*

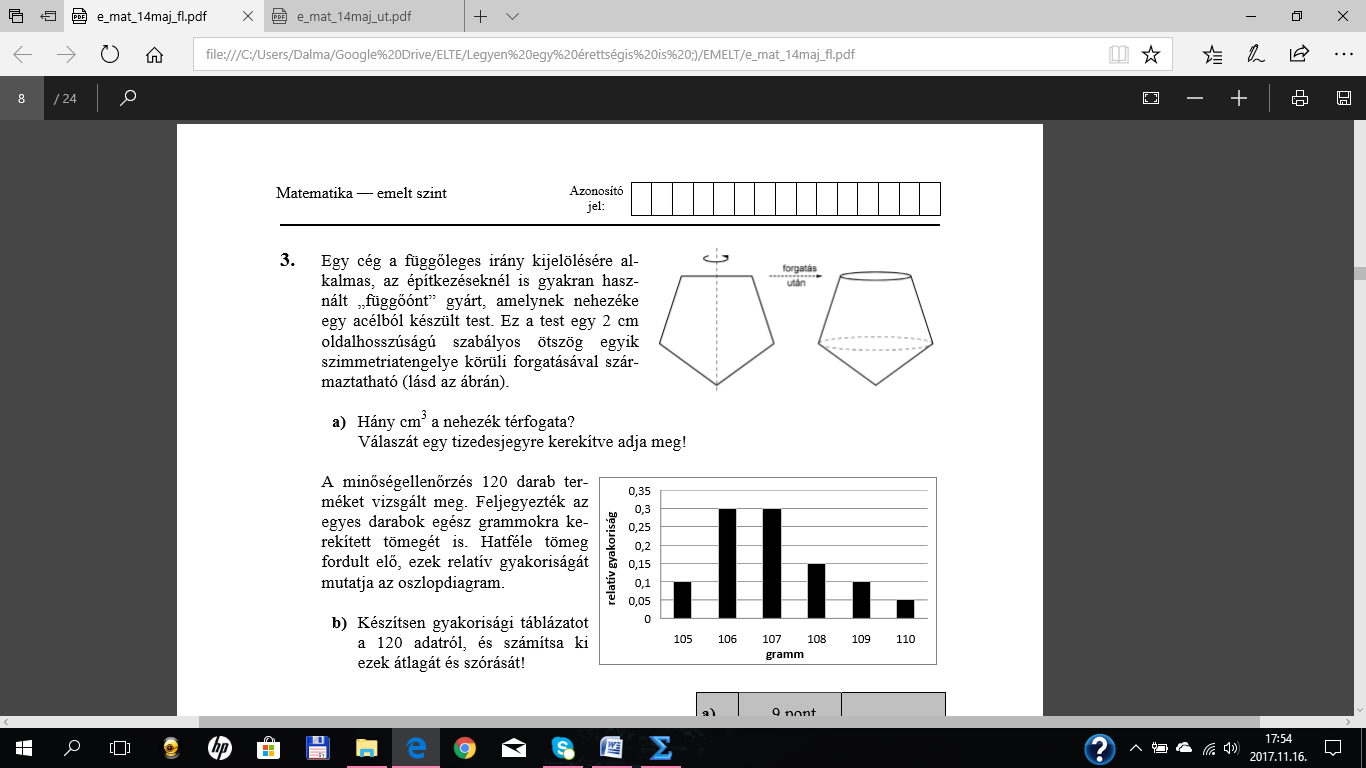
**2013. október – emelt - 9. feladat**

*Egy körvonalon felvettünk öt pontot, és behúztuk az általuk meghatározott 10 húrt. Jelölje a pontokat pozitív körüljárási irányban rendre A, B, C, D és E.*

1. *Véletlenszerűen kiválasztunk 4 húrt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ezek a húrok egy konvex négyszöget alkotnak? (4 pont)*
2. *Hányféleképpen juthatunk el a húrok mentén A-ból C-be, ha a B, D és E pontok mindegyikén legfeljebb egyszer haladhatunk át? (Az A pontot csak az út kezdetén, a C pontot csak az út végén érinthetjük.) (4 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*
3. *A 10 húr mindegyikét kiszínezzük egy-egy színnel, pirosra vagy sárgára vagy zöldre. Hány olyan színezés van, amelyben mindhárom szín előfordul?(8 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **9. a)** | | |
| Akkor kapunk négy megfelelő húrt, ha a végpontjaik között az ötből pontosan négy különböző szerepel. (A körüljárási iránynak megfelelően minden kiválasztott pontnégyeshez pontosan egy konvex négyszög tartozik.) | 1 pont |  |
| (Öt pontból négyet ötféleképpen lehet kiválasztani, ezért) a kedvező esetek száma 5. | 1 pont |  |
| Az összes eset száma: | 1 pont |  |
| A keresett valószínűség: | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **4 pont** |  |

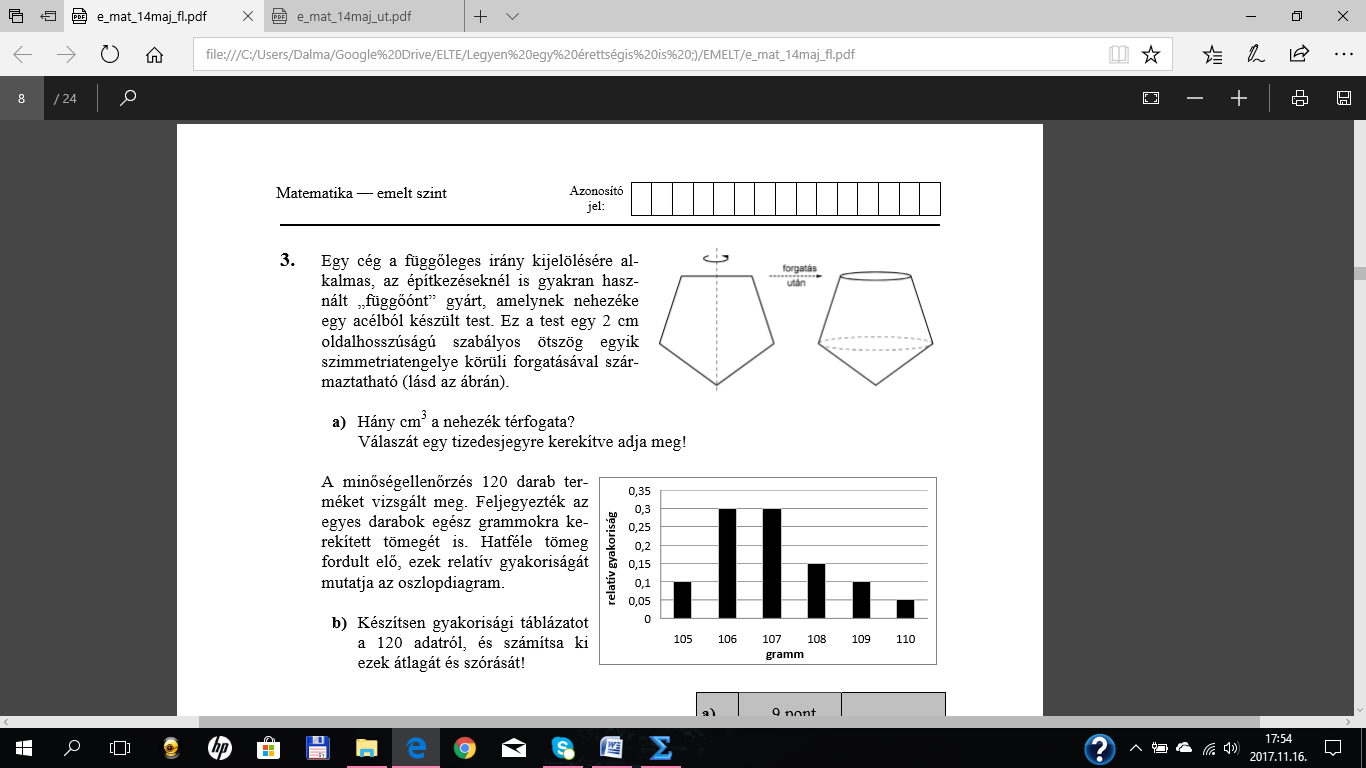
**2014. május – emelt - 3. feladat**

*Egy cég a függőleges irány kijelölésére alkalmas, az építkezéseknél is gyakran használt „függőónt” gyárt, amelynek nehezéke egy acélból készült test. Ez a test egy 2 cm oldalhosszúságú szabályos ötszög egyik szimmetriatengelye körüli forgatásával származtatható (lásd az ábrán).*

1. *Hány cm3 a nehezék térfogata?*

*Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!*

*(9 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

**

*A minőségellenőrzés 120 darab terméket vizsgált meg. Feljegyezték az egyes darabok egész grammokra kerekített tömegét is. Hatféle tömeg fordult elő, ezek relatív gyakoriságát mutatja az oszlopdiagram.*

1. *Készítsen gyakorisági táblázatot a 120 adatról, és számítsa ki ezek átlagát és szórását! (5 pont9*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. b)** | | |
| A gyakorisági táblázat:   |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | tömeg (gramm) | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | | gyakoriság | 12 | 36 | 36 | 18 | 12 | 6 | | 1 pont | *Csak hibátlan táblázat esetén jár ez a pont.* |
| A 120 adat átlaga: | 1 pont |  |
| =107 (gramm). | 1 pont |  |
| A 120 adat szórása: | 1 pont |  |
| (gramm). | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó a számítás részletezése nélkül (számológéppel) az átlagra és/vagy a szórásra helyes eredményt ad meg, akkor jár a megfelelő 2 pont. Részletezés nélküli (hibás) megoldásra azonban részpontszám nem adható.*

**2014. május – emelt - 6. feladat**

*Egy üzemben olyan digitális műszert gyártanak, amely kétféle adat mérésére alkalmas: távolságot és szöget lehet vele meghatározni. A gyártósor meghibásodott, de ezt hosszabb ideig nem vették észre. Ezalatt sok mérőeszközt gyártottak, ám ezeknek csak a 93%-a adja meg hibátlanul a szöget, a 95%-a méri hibátlanul a távolságot, sőt a gyártott mérőeszközök 2%-a mindkét adatot hibásan határozza meg.*

1. *Az egyik minőségellenőr 20 darab műszert vizsgál meg visszatevéses mintavétellel a meghibásodási időszak alatt készült termékek közül. Mekkora annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 darab hibásat talál közöttük? (Egy műszert hibásnak tekintünk, ha akár a szöget, akár a távolságot hibásan méri.) ( 7 pont)*

*Vízszintes, sík terepen futó patak túlpartján álló fa magasságát kell meghatároznunk. A síkra merőlegesen álló fát megközelíteni nem tudjuk, de van egy kisméretű, digitális műszerünk, amellyel szöget és távolságot is pontosan tudunk mérni. A patakparton kitűzzük az A és B pontokat, amelyek 10 méterre vannak egymástól. Az A pontból 55°-os, a B-ből 60°-os emelkedési szög alatt látszik a fa teteje. Szögméréssel még megállapítjuk, hogy, ahol T a fa „talppontja”.*

1. *Milyen magas a fa?( 9 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **6. a)** | | |
| A műszerek 7%-a hibásan méri a szöget, 5%-a pedig hibásan méri a távolságot. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| Mivel a műszerek 2%-a mindkét adatot hibásan méri, ezért a hibás műszerek aránya: százalék. | 1 pont |  |
| Egy hibátlan műszer választásának valószínűsége tehát 0,9. | 1 pont |  |
| Akkor lesz köztük legfeljebb 2 hibás, ha a hibás műszerek száma 0, 1 vagy 2. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki* |
| Annak a valószínűsége tehát, hogy a 20 kiválasztott műszer között legfeljebb 2 hibás lesz: . | 2 pont | *1 pont jár, ha a vizsgázó a binomiális együtthatókat lehagyja.* |
| A kérdezett valószínűség közelítőleg  (0,122 + 0,270 + 0,285 ≈) 0,677. | 1 pont | *Más, ésszerűen és helyesen kerekített vagy százalékban megadott érték is elfogadható.* |
| **Összesen:** | **7 pont** |  |

**2014.május – emelt - 7. feladat**

*Egy növekvő számtani sorozat első három tagjából álló adathalmaz szórásnégyzete 6.*

1. *Igazolja, hogy a sorozat differenciája 3-mal egyenlő! (4 pont)*

*András, Barbara, Cili, Dezső és Edit rokonok. Cili 3 évvel idősebb Barbaránál, Dezső 6 évvel fiatalabb Barbaránál, Edit pedig 9 évvel idősebb Cilinél. Dezső, Barbara és Edit életkora (ebben a sorrendben) egy mértani sorozat három egymást követő tagja, András, Barbara és Cili életkora (ebben a sorrendben) egy számtani sorozat három szomszédos tagja.*

1. *Hány éves András? (6 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*András, Barbara, Cili, Dezső, Edit és Feri moziba mennek.*

1. *Hányféleképpen foglalhatnak helyet hat egymás melletti széken úgy, hogy a három lány ne három egymás melletti széken üljön?( 6 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

***Megoldás:***

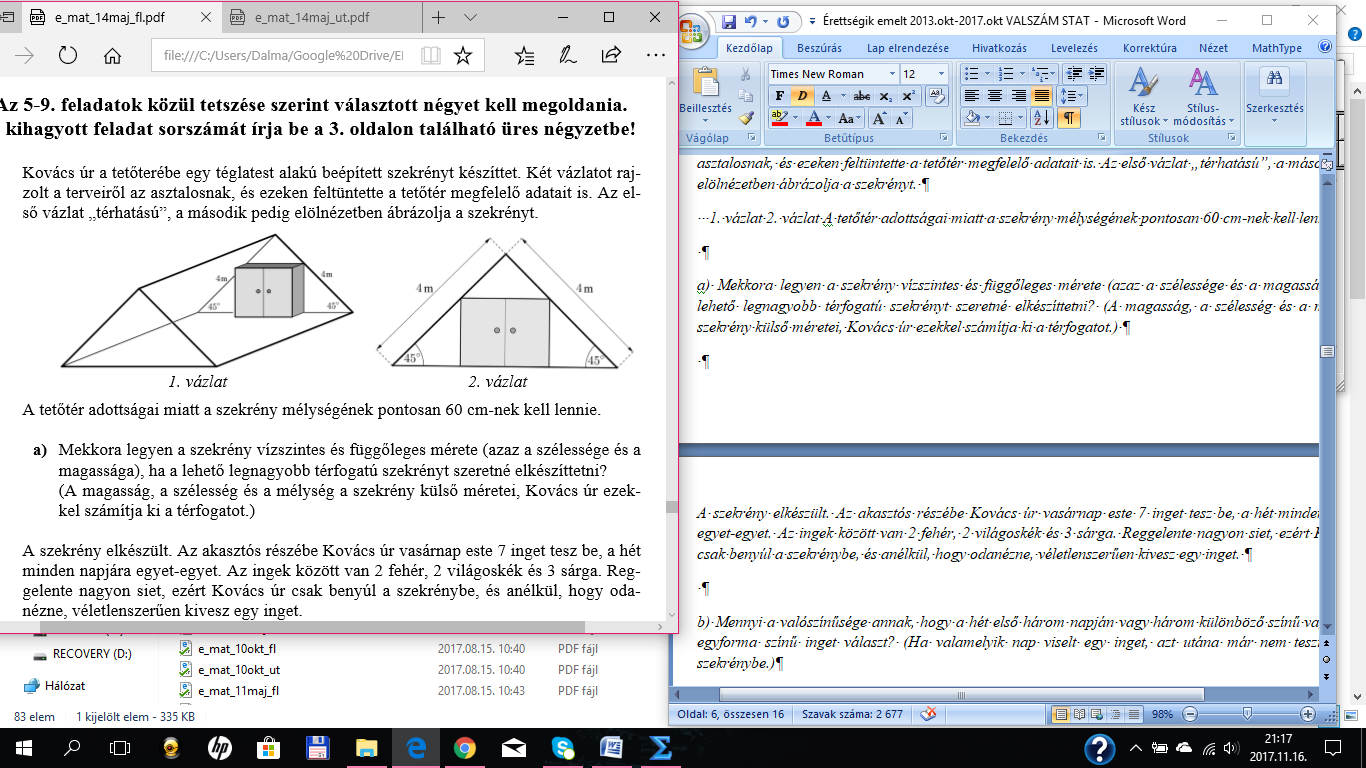
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **7. a)** | | |
| Ha a sorozat második tagja , akkor (a számtani sorozat ismert tulajdonsága miatt) az első három tag átlaga (számtani közepe) is . | 1 pont |  |
| Ha a számtani sorozat differenciája d, akkor a szórásnégyzet: . | 1 pont |  |
| Ebből , | 1 pont |  |
| azaz (mivel a sorozat növekedő) d = 3  (ezt kellett bizonyítanunk). | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **4 pont** |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó behelyettesítéssel megmutatja, hogy bármely 3 differenciájú számtani sorozat esetén az első három tagjából álló adathalmaz szórásnégyzete 6, de nem igazolja azt, hogy más (pozitív) differencia esetén nem ennyi, akkor 2 pontot kapjon.*

*Ha egy (vagy több) konkrét, 3 differenciájú számtani sorozatra látja be azt, hogy az első három tagból álló adathalmaz szórásnégyzete 6, akkor 1 pontot kapjon.*

**2014. május – emelt - 9. feladat**

*Kovács úr a tetőterébe egy téglatest alakú beépített szekrényt készíttet. Két vázlatot rajzolt a terveiről az asztalosnak, és ezeken feltüntette a tetőtér megfelelő adatait is. Az első vázlat „térhatású”, a második pedig elölnézetben ábrázolja a szekrényt.*

**

*A tetőtér adottságai miatt a szekrény mélységének pontosan 60 cm-nek kell lennie.*

1. *Mekkora legyen a szekrény vízszintes és függőleges mérete (azaz a szélessége és a magassága), ha a lehető legnagyobb térfogatú szekrényt szeretné elkészíttetni? (A magasság, a szélesség és a mélység a szekrény külső méretei, Kovács úr ezekkel számítja ki a térfogatot.) (8 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*A szekrény elkészült. Az akasztós részébe Kovács úr vasárnap este 7 inget tesz be, a hét minden napjára egyet-egyet. Az ingek között van 2 fehér, 2 világoskék és 3 sárga. Reggelente nagyon siet, ezért Kovács úr csak benyúl a szekrénybe, és anélkül, hogy odanézne, véletlenszerűen kivesz egy inget.*

1. *Mennyi a valószínűsége annak, hogy a hét első három napján vagy három különböző színű vagy három egyforma színű inget választ? (Ha valamelyik nap viselt egy inget, azt utána már nem teszi vissza a szekrénybe.) (8 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **9. b) első megoldás** | | |
| (Az azonos színű ingeket megkülönböztetve) az első három napon különböző (egyenlően valószínű) lehetőség van a három ing kiválasztására. | 1 pont |  |
| Kedvező esemény az, ha (valamilyen sorrendben) mindegyik színből pontosan egyet vagy három sárga inget választott Kovács úr. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| Egy adott színsorrendben (például fehér- kék-sárga) különböző módon lehet három inget kiválasztani. | 1 pont |  |
| Három adott szín sorrendje 3!-féle lehet, | 1 pont |  |
| tehát három különböző színű inget⋅ különböző módon választhat ki Kovács úr. | 1 pont |  |
| A három sárga inget 3! különböző sorrendben választhatja ki. | 1 pont |  |
| A kedvező esetek száma. | 1 pont |  |
| A kérdezett valószínűség tehát: . | 1 pont | *A százalékban megadott helyes válasz is elfogadható* |
| **Összesen:** | **8 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **9. b) második megoldás** | | |
| Ha csak az ingek színeit tekintjük, akkor a színeket  -féleképpen lehet sorba rendezni (és e sorrendek mindegyike ugyanakkora valószínűségű) | 1 pont | *A 7 ing helyett a színeket rendezzük sorba: 2 fehéret, 2 világoskéket és 3 sárgát.* |
| Ezek közül a kedvező sorrendek azok, melyekben vagy három különböző szín vagy 3 sárga van az első három helyen. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| Három különböző szín 3! = 6-féleképpen adható meg az első három helyre. | 1 pont |  |
| Ekkor a maradék négy helyre az 1 fehér, 1 világoskék és 2 sárga szín különböző sorrendben adható meg. | 1 pont |  |
| Ez olyan lehetőség, amelyben az első három helyen három különböző szín áll | 1 pont |  |
| Ha az első három helyen sárga szín áll, akkor a maradék 4 helyre a 2 fehér és 2 világoskék szín különböző sorrendben adható meg. | 1 pont |  |
| A kedvező esetek száma összesen 72 + 6 = 78. | 1 pont |  |
| A kérdezett valószínűség tehát: | 1 pont | *A százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.* |
| **Összesen:** | **8 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **9. b) harmadik megoldás** | | |
| Megfelelők azok az esetek, amelyekben Kovács úr az első három napon különböző színű ingeket viselt, illetve amelyekben az első három napon sárga inget viselt. | 1 pont | *Ezek a pontok akkor is járnak, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.* |
| Az ingek színének kiválasztása egymástól függetlenül történik, tehát alkalmazható a valószínűségek szorzási szabálya. | 1 pont |
| Annak a valószínűsége, hogy a három különböző színű ing közül például az első sárga, a második fehér, a harmadik világoskék . | 1 pont |  |
| Ugyanennyi a valószínűsége annak, hogy a három különböző színű ing sorrendje sárga- világoskék-fehér. | 1 pont |  |
| Annak a valószínűsége, hogy a három különböző színű ing közül a sárga a második, illetve a harmadik, szintén egyformán . | 1 pont |  |
| Tehát annak valószínűsége, hogy az első három napon három különböző színű inget választ Kovács úr: | 1 pont |  |
| Annak a valószínűsége, hogy az első három napon sárga inget választ Kovács úr: . | 1 pont |  |
| A kérdezett valószínűség tehát: . | 1 pont | *A százalékban megadott helyes válasz is elfogadható* |
| **Összesen:** | **8 pont** |  |

**2014. október – emelt - 3. feladat**

*Egy kereskedőcég bevételei két forrásból származnak: bolti árusításból és internetes eladásból. Ebben az évben az internetes árbevétel 70%-a volt a bolti árbevételnek. A cég vezetői arra számítanak, hogy a következő években az internetes eladásokból származó árbevétel évente az előző évi internetes árbevétel 4%-ával nő, a bolti eladásokból származó árbevétel viszont évente az előző évi bolti árbevétel 2%-ával csökken.*

1. *Számítsa ki, hány év múlva lesz a két forrásból származó árbevétel egyenlő! (8 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*A cég ügyfélszolgálatának hosszú időszakra vonatkozó adataiból az derült ki, hogy átlagosan minden nyolcvanadik vásárló tér vissza később valamilyen minőségi kifogással.*

1. *Határozza meg annak a valószínűségét, hogy 100 vásárló közül legfeljebb kettőnek lesz később minőségi kifogása! (6 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. b)** | | |
| Annak a valószínűsége, hogy egy vevő reklamál: ,  annak a valószínűsége, hogy nem reklamál: | 1 pont |  |
|  | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki* |
|  | 3 pont | *Az összeg mindhárom tagjáért 1-1 pont jár.* |
|  | 1 pont | *A százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.* |
| **Összesen:** | **6 pont** |  |

**2014. október – emelt - 5. feladat**

*A tavaszi idény utolsó bajnoki mérkőzésén a Magas Fiúk Kosárlabda Klubjának (MAFKK) teljes csapatából heten léptek pályára. A mérkőzés után az edző elkészítette a hét játékos egyéni statisztikáját. Az alábbi táblázat mutatja a játékosok dobási kísérleteinek számát és az egyes játékosok dobószázalékát egészre kerekítve. (A dobószázalék megmutatja, hogy a dobási kísérleteknek hány százaléka volt sikeres.)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Játékos*  *mezszáma* | *Dobási*  *kísérletek*  *száma* | *Dobószázalék* |
| *4* | *2* | *50* |
| *5* | *3* | *0* |
| *6* | *10* | *60* |
| *7* | *8* | *25* |
| *10* | *7* | *43* |
| *13* | *6* | *33* |
| *15* | *14* | *57* |

1. *Számítsa ki, hogy mennyi volt a csapat dobószázaléka ezen a mérkőzésen! (5 pont)*

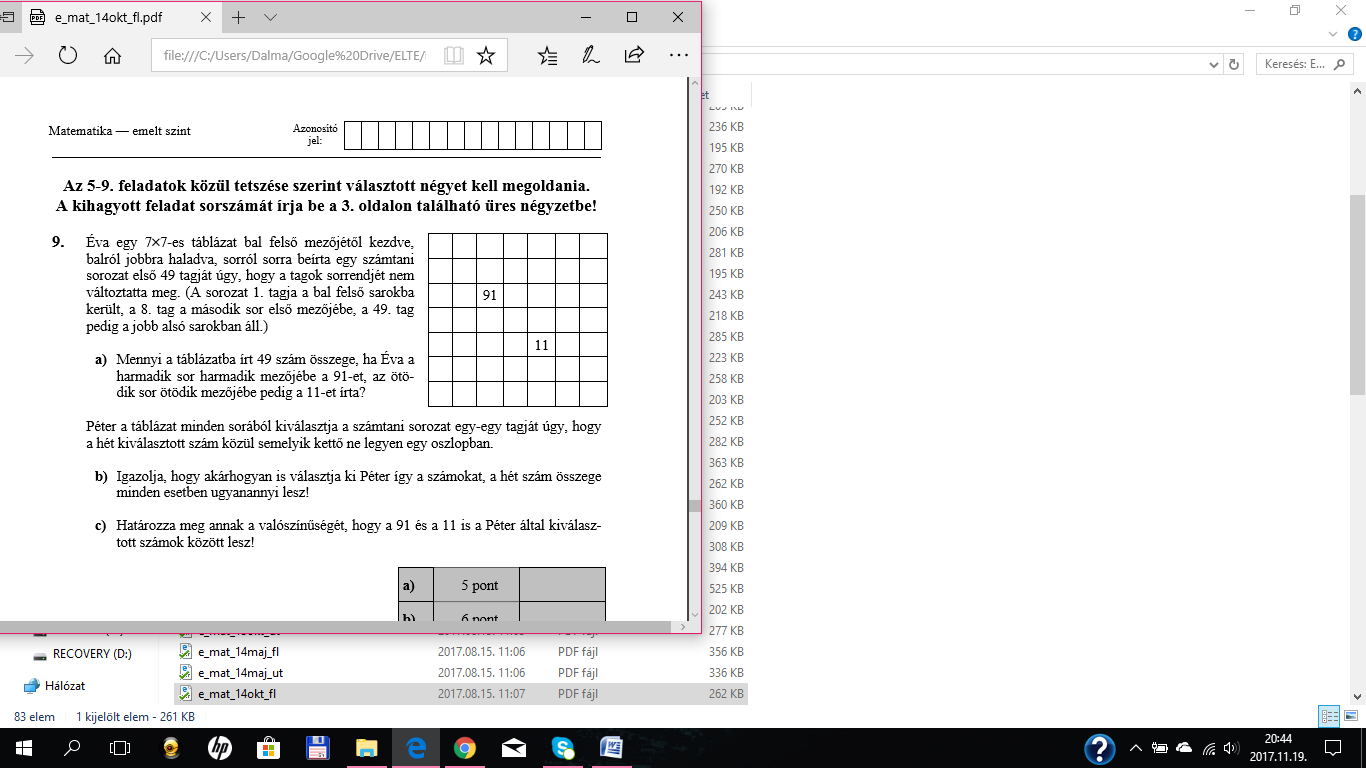
*Az őszi idény kezdete előtt egy hónappal a MAFKK csapatához csatlakozott egy 195 cm magas játékos, így a csapattagok magasságának átlaga a korábbi átlagnál 0,5 cm-rel nagyobb lett. Pár nap múlva egy 202 cm magas játékos is a csapat tagja lett, emiatt a csapattagok magasságának átlaga újabb 1 cm-rel nőtt.*

1. *Hány tagja volt a MAFKK-nak, és mekkora volt a játékosok magasságának átlaga a két új játékos csatlakozása előtt? (11 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **5. a)** | | |
| Az egyes játékosok sikeres dobásainak száma rendre 1, 0, 6, 2, 3, 2 és 8. | 2 pont | *Egy hiba esetén 1 pont, több hiba esetén 0 pont jár.* |
| A csapat dobási kísérleteinek száma a mérkőzésen 50, | 1 pont |  |
| a sikeres dobások száma 22 volt. | 1 pont |  |
| A csapat dobószázaléka 44. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **5. b)** | | |
| A két új játékos csatlakozása előtt a csapat tagjainak száma , a tagok magasságának átlaga pedig  cm volt. | 1 pont |  |
| (Az első új játékos belépése előtt a csapattagok magasságának összege xy volt, az új játékos belépése utánlett, tehát). | 2 pont |  |
| Az előzőhöz hasonló gondolatmenettel kapjuk, hogy a második új játékos belépését követően . | 2 pont |  |
| Az egyenletek rendezése után a  egyenletrendszerhez jutunk. | 2 pont |  |
| és. | 2 pont |  |
| A csapat tagjainak száma 10, az átlagos magasságuk pedig 189,5 cm volt. | 1 pont |  |
| Ellenőrzés a szöveg alapján. (Az első játékos csatlakozása után a csapat „összmagassága” 2090 cm lett, az átlagos magasság pedig cm. A második játékos csatlakozása után az „összmagasság” 2292 cm, az átlagos magasság pedig cm. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **11 pont** |  |

**2014. október – emelt - 9. feladat**

*Éva egy 7×7-es táblázat bal felső mezőjétől kezdve, balról jobbra haladva, sorról sorra beírta egy számtani sorozat első 49 tagját úgy, hogy a tagok sorrendjét nem változtatta meg. (A sorozat 1. tagja a bal felső sarokba került, a 8. tag a második sor első mezőjébe, a 49. tag pedig a jobb alsó sarokban áll.)*

1. *Mennyi a táblázatba írt 49 szám összege, ha Éva a harmadik sor harmadik mezőjébe a 91-et, az ötödik sor ötödik mezőjébe pedig a 11-et írta? (5 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*Péter a táblázat minden sorából kiválasztja a számtani sorozat egy-egy tagját úgy, hogy a hét kiválasztott szám közül semelyik kettő ne legyen egy oszlopban.*

1. *Igazolja, hogy akárhogyan is választja ki Péter így a számokat, a hét szám összege minden esetben ugyanannyi lesz! (6 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*
2. *Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a 91 és a 11 is a Péter által kiválasztott számok között lesz! ( 5 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **9. c)** | | |
| Péter összesen 7! = 5040-féleképpen választhat ki a táblázatból számokat a megadott szabály szerint. | 1 pont |  |
| Ha a 91 és a 11 is a kiválasztott számok közt van, akkor az első sorból 5-féleképpen választhat, ezután a másodikból 4-féleképpen, a negyedikből 3-féleképpen, a hatodikból 2-féleképpen, a hetedikből pedig 1-féleképpen. | 1 pont |  |
| Ez 5! = 120 lehetőség | 1 pont |  |
| A kérdéses valószínűség így | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

**2015. május – emelt - 3. feladat**

*Egy kisvárosban hét nagyobb üzlet található. A tavalyi évben elért, millió forintra kerekített árbevételeikről tudjuk, hogy az átlaguk 120 millió Ft, és ez megegyezik a mediánjukkal. A hét adat egyetlen módusza 100 millió Ft. Két üzletben éppen átlagos, azaz 120 millió forintos a kerekített bevétel, a legnagyobb bevétel pedig 160 millió forint volt.*

1. *Számítsa ki a kerekített bevételek szórását! (6 pont)*

*A városban az egyik ruhakereskedéssel foglalkozó kisvállalkozás 80%-os haszonkulccsal dolgozik. Ez azt jelenti, hogy például egy 10 000 Ft-os beszerzési értékű terméket 18 000 Ft-ért árulnak az üzletükben. Amikor akciós időszak van, akkor a „rendes” eladási árból 50%-os árengedményt adnak minden eladott termékre.*

1. *Mekkora volt az eladásból származó árbevételnek és az eladott áru beszerzési értékének a különbsége (vagyis az „árnyereség”) a tavalyi évben, ha összesen 54 millió Ft volt az éves árbevétel, és ebből 9 millió Ft-ot az akciós időszakban értek el? (4 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*A kisvállalkozás üzletében az egyik fajta férfizakóból négyféle méretet árusítanak (S, M, L, XL). Nyitáskor egy rögzített állvány egyenes rúdjára mindegyik méretből 4-4 darabot helyeztek el (minden zakót külön vállfára akasztva, egymás mellett). A nap folyamán ezek közül megvettek 4 darab S-es, 3 darab M-es és 2 darab L-es méretűt, a megmaradt zakók pedig összekeveredtek.*

1. *Az üzlet zárásakor hányféle sorrendben lehetnek (balról jobbra nézve) a rúdra akasztva a megmaradt zakók, ha az azonos méretű zakókat nem különböztetjük meg egymástól? (3 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. a)** | | |
| A kerekített bevételek összege(millió Ft) | 1 pont |  |
| A medián 120 millió forint, és két 120 millió forintos árbevétel volt, ezért legfeljebb három 120 millió forintnál kisebb bevétel lehet. | 1 pont | *Ha a vizsgázó (indoklás nélkül) helyesen felsorolja a kerekített bevételeket, akkor ezért ebből a 3 pontból 1 pont jár.* |
| Mivel a módusz 100 millió forint, ezért három 100 millió forintos árbevétel volt. | 1 pont |
| A 160 millió Ft-os árbevétel figyelembevételével a hetedik árbevétel millió forintnak adódik. | 1 pont |
| A (kerekített) bevételek szórása: | 1 pont | *Ez a 2 pont akkor is jár, ha a vizsgázó nem részletezi a számolás menetét, de számológéppel számolva jó eredményt kap.* |
| millió (Ft). | 1 pont |
| **Összesen:** | **6 pont** |  |

**2015. május – emelt - 6. feladat**

*Szétgurult 20 darab tojás az asztalon. Közülük 16 tojás ép maradt, de 4 tojásnak alig észrevehetően megrepedt a héja. Bori ezt nem vette észre, így visszarakosgatja a tojásokat a két tojástartóba. Először a sárga tartóba tesz tízet, majd a fehérbe a többit.*

1. *Mekkora annak a valószínűsége, hogy mind a 4 hibás tojás ugyanabba a tartóba kerül? (5 pont)*

*Csenge sokszor vásárol tojásokat a sarki üzletben. Megfigyelése szerint a tojások közül átlagosan minden ötvenedik törött. (Ezt úgy tekintjük, hogy a tojások mindegyike 0,02 valószínűséggel törött.)*

1. *Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy 10 tojást tartalmazó dobozban egynél több törött tojást talál Csenge? (5 pont)*

*Egy csomagolóüzembe két termelő szállít tojásokat: az összes tojás 60%-a származik az A, 40%-a a B termelőtől. Az A termelő árujának 60%-a első osztályú, 40%-a másodosztályú, a B termelő árujának 30%-a első osztályú és 70%-a másodosztályú. Az összes beszállított tojás közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet, és azt első osztályúnak találjuk.*

1. *Mekkora a valószínűsége, hogy az A termelő árujából való a kiválasztott tojás? (6 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **6. a)** | | |
| A 4 hibás és 6 ép tojás a sárga tojástartóba -féleképpen kerülhet. | 1 pont\* |  |
| Az összes eset száma: . | 1 pont\* |  |
| Annak a valószínűsége, hogy mind a 4 hibás tojás a sárga dobozba kerül: . | 1 pont\* |  |
| (Mivel a 4 hibás tojás a fehér tojástartóba is kerülhet, ezért) a kérdéses valószínűség ennek kétszerese, | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki* |
| azaz közelítőleg 0,087. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

*Megjegyzések:*

*1. A \*-gal jelölt 3 pontot akkor is megkaphatja a vizsgázó, ha annak a valószínűségét, hogy (például) a sárga tojástartóba kerülő mind a 10 tojás ép (és így mind a 4 hibás tojás a fehér tartóba kerül),a szorzattal számítja ki.*

*2. Ha a vizsgázó rossz modellt használ (binomiális eloszlással számol), akkor erre a részre nem kaphat pontot.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **6. b) első megoldás** | | |
| Annak a valószínűsége, hogy egy tojás ép: 0,98. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| Annak a valószínűsége, hogy Csenge nem talál törött tojást a dobozban: . | 1 pont |  |
| Annak a valószínűsége, hogy Csenge egy darab törött tojást talál a dobozban: . | 1 pont |  |
| Így a kérdéses valószínűség: | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **6. b) második megoldás** | | |
| Annak a valószínűsége, hogy egy tojás ép: 0,98. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| Annak a valószínűsége, hogy Csenge 2 darab törött tojást talál a dobozban: | 1 pont |  |
| Annak a valószínűsége, hogy Csenge 3 darab törött tojást talál a dobozban: . | 1 pont |  |
| A valószínűségek, és ezek összege is már elhanyagolhatóan kicsi, | 1 pont |  |
| így a kérdéses valószínűség megközelítőleg . | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |
| **6. c) első megoldás** | | |
| Jelölje , illetve  azt az eseményt, hogy a kiválasztott tojás az , illetve a  beszállítótól származik, E pedig azt az eseményt, hogy a kiválasztott tojás első osztályú. Ezekkel a jelölésekkel meghatározandó  valószínűség | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| A feltételes valószínűség definíciója szerint . | 1 pont |  |
| Annak valószínűsége, hogy az  beszállítótól választottunk tojást, és az első osztályú: . | 1 pont |  |
| Annak valószínűsége, hogy a beszállítótól választottunk tojást, és az első osztályú: . | 1 pont |  |
| Annak valószínűsége, hogy a kiválasztott tojás első osztályú, az előző két valószínűség összege: . | 1 pont |  |
| Tehát . | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **6 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **6. c) második megoldás** | | |
| Az  beszállítótól származó első osztályú tojások száma az összesnek 36%-a. | 1 pont |  |
| A  beszállítótól származó első osztályú tojások száma az összesnek 12%-a. | 1 pont |  |
| Az összes beszállított tojásnak a 48%-a első osztályú. | 1 pont |  |
| Az első osztályú tojások -a származik az  beszállítótól. | 2 pont |  |
| A kérdezett valószínűség tehát 0,75. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **6 pont** |  |

*Megjegyzés: A megoldás teljes értékű akkor is, ha a vizsgázó egy konkrét eset végigszámolása útján jut helyes eredményre, és utal arra, hogy a kapott valószínűség csupán az eloszlástól és nem az önkényesen választott darabszámtól függ. Például:1000 beszállított tojás közül (1 pont) 600 darab származik az A beszállítótól, és ezek között 360 darab első osztályú van (1 pont), 400 darab származik a B beszállítótól, és ezek között 120 darab első osztályú van (1 pont). Az összes tojás között tehát 480 első osztályú (1 pont), ezeknek a 75%-a (azaz 360 darab) származik az A beszállítótól. A kérdezett valószínűség tehát (360 : 480 =) 0,75 (1 pont). A kiszámított arányok nem függnek a konkrét darabszámtól, ezért az eredmény bármely esetben ugyanennyi (1 pont).*

**2015. október – emelt - 5. feladat**

*Egy automatának 100 gramm tömegű hasábokat kell két egyenlő tömegű részre szétvágnia. A két darab közül az egyik az A futószalagra kerül, a másik a B futószalagra. Az utolsó négy darabolásnál az automata hibája miatt az A futószalagra került darabok tömege 51 g, 52 g, 47 g és 46 g.*

1. *Igazolja, hogy a két futószalagra került 4-4 darab tömegének átlaga különbözik, a szórása pedig megegyezik! (5 pont)*

*Egy háromoldalú egyenes hasáb alapéleinek hossza: AB = 4, AC = BC = , a hasáb magassága hosszúságú. Az AB alapél egyenesére illeszkedő S sík 30°-os szöget zár be a hasáb alaplapjával, és két részre vágja a hasábot.*

1. *Számítsa ki a két rész térfogatának arányát! (11 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **5. a) első megoldás** | | |
| A B futószalagra került darabok tömege 49 g, 48 g, 53 g és 54 g. | 1 pont |  |
| A 4-4 tömeg átlaga:  (g), illetve  (g). | 1 pont | *Ezek a pontok akkor is járnak, ha a vizsgázó az átlagot és a szórást (vagy annak közelítő értékét) számológéppel helyesen határozza meg* |
| A 4-4 tömeg szórása:  (g) illetve  (g). | 2 pont |
| A két átlag tehát valóban különböző, a két szórás pedig egyenlő. | 1 pont | *Ha a szórások pontos értéke nem szerepel, akkor ez a pont nem jár.* |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó a szórásnégyzetek egyenlőségét látja be, de nem említi, hogy ekkor a szórások is megegyeznek, akkor ezért 1 pontot veszítsen.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **5. a) második megoldás** | | |
| A B futószalagra került darabok tömege 49 g, 48 g, 53 g és 54 g. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| (Az A futószalagra került darabok tömege csökkenő sorrendben 52 g, 51 g, 47 g és 46 g, a B futószalagra került darabok tömege pedig 54 g, 53 g, 49 g, 48 g, tehát) a B futószalagra került darabok tömege rendre 2 grammal nagyobb, mint a megfelelő, A futószalagra került darabé. | 1 pont |  |
| Ha egy adatsokaság minden adatához c-t hozzáadunk, akkor a sokaság átlaga c-vel változik, a szórása pedig változatlan marad. | 2 pont |  |
| Tehát a két futószalagra került darabok tömegének átlaga különböző (a különbség c = 2 gramm), szórása pedig egyenlő. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

**2015. október – emelt - 8. feladat**

*Dani sportlövészedzésre jár, ahol koronglövészetet tanul. Az első félév végén kiderült, hogy még elég bizonytalanul céloz: húsz lövésből átlagosan ötször találja el a repülő agyagkorongot. (Tekintsük ezt úgy, hogy minden lövésnél az esélye annak, hogy Dani találatot ér el.)*

1. *Mekkora annak az esélye az első félév végén, hogy nyolc egymás után leadott lövésből legalább háromszor célba talál? Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! ( 5 pont)*
2. *Az első félév végén legalább hány egymás után leadott lövés kell ahhoz, hogy Dani legalább 95%-os eséllyel legalább egyszer eltalálja a repülő korongot? (6 pont)*

*A rendszeres edzéseknek köszönhetően Dani eredményessége javult. A második félév végén már 0,72 volt annak a valószínűsége, hogy három egymás után leadott lövésből pontosan egy vagy pontosan két találatot ér el.*

1. *Számítsa ki, hogy a második félév végén mekkora valószínűséggel ér el találatot egy lövésből Dani!(5 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **8. a) első megoldás** | | |
|  | 1 pont |  |
|  | 3 pont |  |
| . | 1 pont | *Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.* |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **8. a) második megoldás** | | |
|  | 2 pont |  |
|  | 2 pont | *Ha a vizsgázó egy hibát vét, akkor 1 pontot veszítsen, több hiba esetén erre a részre nem kap pontot.* |
| A legalább 3 találat valószínűsége a fenti számok összege (0,3214, ami három tizedesjegyre kerekítve): 0,321. | 1 pont | *Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.* |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó az a) feladat megoldása során az egyes valószínűségek három tizedesjegyre kerekített értékével jól számol, akkor 0,322 is elfogadható.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **8. b)** | | |
| P(legalább 1 találat) = 1 – P(0 találat) | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| rendezve . | 1 pont |  |
|  | 1 pont | *A 0,75 alapú logaritmus-függvény szigorúan monoton csökkenő, ezért* |
| (Mivel lg 0,75 < 0, így) . | 1 pont |  |
| Daninak legalább 11 lövésre van szüksége. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **6 pont** |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó egyenlőtlenség helyett egyenlettel dolgozik, s azt jól megoldva helyes következtetésre jut, akkor maximális pontszámot kap.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **8. c)** | | |
| (Ha a második félév végén Dani egy lövésből p valószínűséggel ért el találatot, akkor három lövésből a pontosan egy vagy pontosan két találat valószínűsége) | 1 pont | *Komplementer eseménynyel számolva a keresett valószínűség:* |
| = 3*p*(1 – *p*) = 0,72 | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| Ebből *p* = 0,4 vagy *p* = 0,6. | 1 pont |  |
| A második félév végén tehát egy lövésből Dani 0,4 vagy 0,6 valószínűséggel (azaz vagy eséllyel) ért el találatot. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

**2016. május – emelt - 1. feladat**

*Egy városi piacon a piros almát 5 kg-os csomagolásban árulják. A csomagokon olvasható felirat szerint egy-egy csomag tömege „5 kg ± 10 dkg”. (Az almák nagy mérete miatt az 5 kg pontosan nem mérhető ki.) A minőség-ellenőrzés során véletlenszerűen kiválasztanak nyolc csomagot, és ezek tömegét méréssel ellenőrzik. Csak akkor engedélyezik az almák árusítását, ha egyik csomag tömege sem kevesebb 4 kg 90 dkg-nál, és a nyolc mérési adat 5 kg-tól mért átlagos abszolút eltérése nem haladja meg a 10 dkg-ot. A mérések eredménye a következő:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *mérés sorszáma* | *1.* | *2.* | *3.* | *4.* | *5.* | *6.* | *7.* | *8.* |
| *mért tömeg (dkg)* | *506* | *491* | *493* | *512* | *508* | *517* | *493* | *512* |

1. *A mérési eredmények alapján engedélyezik-e az almák árusítását? (4 pont)*

1. *Határozza meg a nyolc mérési eredmény átlagát és szórását! (3 pont)*

*A piac egyik eladójához friss eper érkezett. Az eladó eredetileg azt tervezte, hogy az I. osztályú epret 800 Ft/kg, a II. osztályút 650 Ft/kg, a III. osztályút pedig 450 Ft/kg egységáron értékesíti. A piacon azonban túlkínálat volt eperből, ezért úgy döntött, hogy az összes epret egy kupacba önti össze, és akciós egységáron árulja. Az akciós eladási egységár kialakításakor úgy számolt, hogy ha az összes epret ezen az egységáron adja el, akkor a bevétele (körülbelül) 15%-kal lesz csak kevesebb, mint azt eredetileg tervezte.*

1. *Mennyi legyen az akciós egységár, ha az összeöntött eper 35%-a I. osztályú,*  *része II. osztályú, a többi 33 kg pedig III. osztályú volt eredetileg?*

*Válaszát egész értékre kerekítve adja meg! (7 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1. a)** | | |
| A mért tömegek között nincs 490 dkg-nál kisebb, tehát az első feltétel teljesül. | 1 pont |  |
| Az 5 kg-tól való eltérések (dkg-ban) rendre 6, 9, 7, 12, 8, 17, 7, 12. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| Az eltérések átlaga . | 1 pont |  |
| Az árusítást engedélyezik. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **4 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1. b)** | | |
| A mért adatok átlaga , | 1 pont |  |
| szórása | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó számológéppel számolva helyesen válaszol.* |
| . | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **3 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1. c) első megoldás** | | |
| Az eper része III. osztályú. | 1 pont |  |
| Az összes eper együttes tömege | 1 pont |  |
| Ebből I. osztályú (120 ⋅ 0,35 =) 42 kg,  II. osztályú (120 – 33 – 42 =) 45 kg | 1 pont |  |
| Az eredetileg tervezett árakkal számolva (42 ⋅ 800 + 45 ⋅ 650 + 33 ⋅ 450 =) 77 700 Ft lett volna a bevétel. | 1 pont |  |
| Ennek a 85%-a 66 045 Ft. | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| Az akciós egységár 550 Ft/kg legyen. | 1 pont | *Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít,vagy rosszul kerekít.* |
| **Összesen:** | **7 pont** |  |
| **1. c) második megoldás** | | |
| Az eper része III. osztályú. | 1 pont |  |
| Az eredetileg tervezett árakkal számolva az átlagos egységár kilogrammonként: Ft lett volna. | 3 pont |  |
| A kereskedő bevétele akkor lesz az eredetileg tervezett bevétel 85%-a, ha az epret az eredeti átlagos egységár 85%-áért értékesíti. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| Az eredeti átlagos egységár 85%-a 550,375 Ft/kg. | 1 pont |  |
| Az akciós egységár 550 Ft/kg legyen. | 1 pont | *Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít,vagy rosszul kerekít.* |
| **Összesen:** | **7 pont** |  |

**2016. május – emelt - 2. feladat**

*Egy dobozban 6 fehér és 4 piros golyó van. A 10 golyó közül véletlenszerűen kiválasztanak 5 golyót. Egy tanuló ezt állítja: „Annak a valószínűsége, hogy az 5 kihúzott golyó között 2 fehér lesz, megegyezik annak a valószínűségével, hogy 4 fehér lesz közöttük.”*

1. *Mutassa meg, hogy ha a golyókat visszatevés nélkül húzzák ki, akkor a tanuló kijelentése igaz! (5 pont)*
2. *A valószínűségek kiszámításával mutassa meg, hogy ha az 5 golyót visszatevéssel húzzák ki, akkor a tanuló kijelentése nem igaz! (5 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2. a) első megoldás** | | |
| Az összes eset száma . | 1 pont | *Mindkét esetben ugyan-annyi az összes eset száma.* |
| Az (egyszerre) kihúzott 5 golyó között 2 fehér golyó különböző módon fordulhat elő. | 1 pont |  |
| Az (egyszerre) kihúzott 5 golyó között 4 fehér golyó  különböző módon fordulhat elő. | 1 pont |  |
| A két valószínűség: illetve . | 1 pont | *és* |
| Ez a két valószínűség egyenlő , tehát a tanuló kijelentése igaz. | 1 pont | *miatt igaz a kijelentés.* |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2. a) második megoldás** | | |
| (Ha egyesével, visszatevés nélkül húzzák ki a golyókat, és figyelembe vesszük a golyók sorrendjét, akkor) az összes eset száma: . | 1 pont | *Mindkét esetben ugyanannyi az összes eset száma.* |
| Az 5 kihúzott golyó között 2 fehér golyó különböző módon fordulhat elő, | 1 pont |  |
| 4 fehér golyó pedig  különböző módon fordulhat elő, | 1 pont |  |
| A két valószínűség:  , illetve | 1 pont |  |
| Ez a két valószínűség egyenlő , tehát a tanuló kijelentése igaz. | 1 pont | *miatt igaz a kijelentés.* |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2. b) első megoldás** | | |
| Ha egyesével, visszatevéssel húzzák ki a golyókat, akkor az összes eset száma: | 1 pont |  |
| 2 fehér golyót , | 1 pont |  |
| 4 fehér golyót különböző módon húzhatunk ki. | 1 pont |  |
| A két valószínűség (három tizedesjegyre kerekítve) 0,230, illetve 0,259. | 1 pont |  |
| A két valószínűség különbözik, a tanuló kijelentése ebben az esetben nem igaz. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2. b) második megoldás** | | |
| A fehér golyó húzásának (állandó) valószínűsége 0,6, a piros golyóé 0,4. | 1 pont |  |
| 2 fehér golyó húzásának a valószínűsége , | 1 pont |  |
| 4 fehér golyó húzásának a valószínűsége | 1 pont |  |
| A két valószínűség (három tizedesjegyre kerekítve) 0,230, illetve 0,259. | 1 pont |  |
| A két valószínűség különbözik, a tanuló kijelentése ebben az esetben nem igaz. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

**2016. május – emelt - 6. feladat**

1. *Legyen G egy nyolcpontú egyszerű gráf, amelynek összesen 9 éle van. Igazolja, hogy G csúcsai között biztosan van olyan, amelynek a fokszáma legalább 3. (4 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*
2. *Az A, B, C, D, E, F, G, H pontok egy szabályos nyolcszög csúcsai. Megrajzoljuk a nyolcszög oldalait és átlóit. A megrajzolt szakaszok közül véletlenszerűen kiválasztunk négyet. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy mind a négy kiválasztott szakasz az A csúcsból indul ki! ( 6 pont)*
3. *Nyolc sakkozó részére egyéni bajnokságot szerveznek. Hányféleképpen készíthető el az első forduló párosítása, ha ebben a fordulóban mindenki egy mérkőzést játszik? (Két párosítást különbözőnek tekintünk, ha az egyik tartalmaz olyan mérkőzést, amelyet a másik nem.) (6 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **6. b)** | | |
| Egy szabályos nyolcszög oldalai és átlói számának összege 28. | 1 pont |  |
| A 28 szakasz közül négyet -féleképpen lehet kiválasztani (összes eset száma). | 1 pont |  |
| Kedvező eset az, amikor mind a 4 szakaszt az A csúcsból induló 7 szakasz közül választjuk ki. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| Ezt-féleképpen tehetjük meg. | 1 pont |  |
| A kérdéses valószínűség így | 1 pont |  |
| . | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **6 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **6. b) második megoldás** | | |
| Egy szabályos nyolcszög oldalai és átlói számának összege 28. | 1 pont |  |
| Egy csúcsból összesen 7 szakasz indul. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| Annak a valószínűsége, hogy az első, második, harmadik, majd negyedik kiválasztott szakasz is az A csúcsból indul, rendre . | 2 pont |  |
| A kérdéses valószínűség ezek szorzata, tehát | 1 pont |  |
| . | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **6 pont** |  |

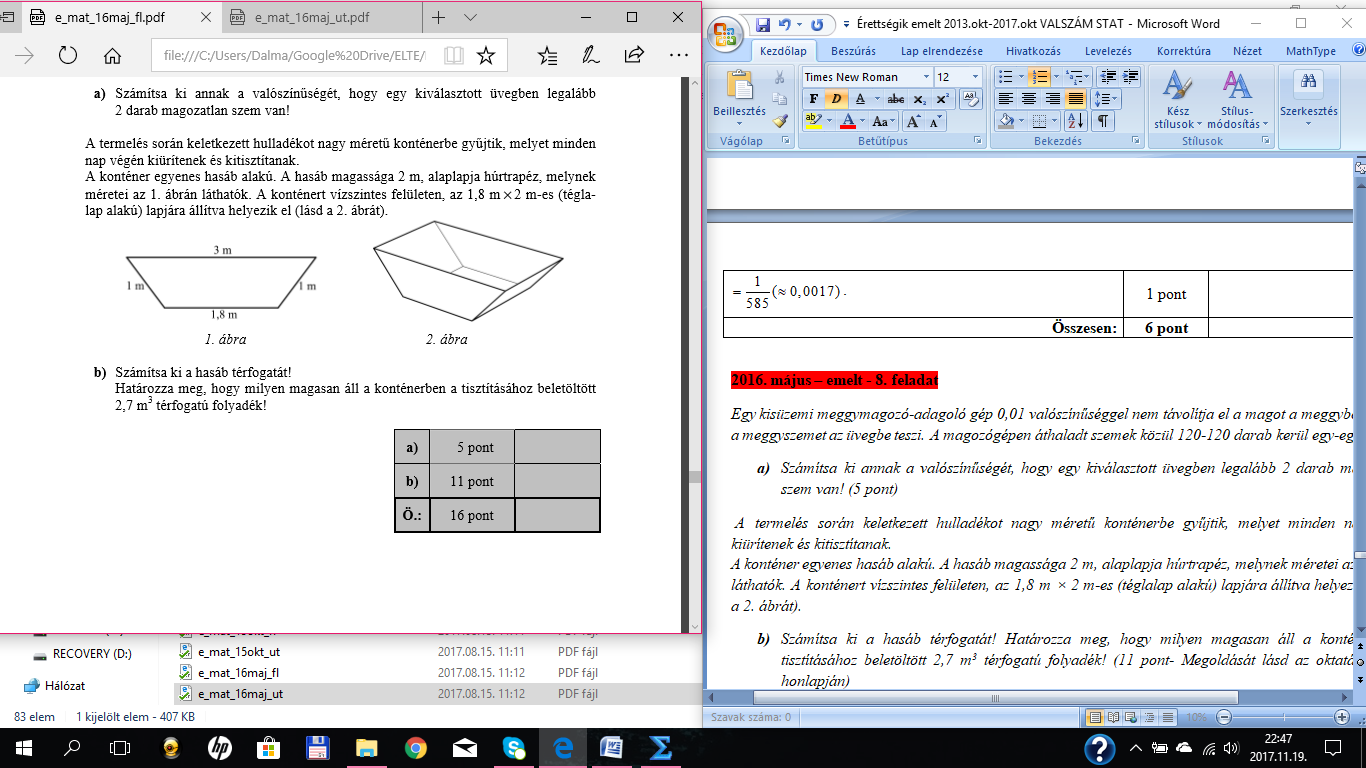
**2016. május – emelt - 8. feladat**

*Egy kisüzemi meggymagozó-adagoló gép 0,01 valószínűséggel nem távolítja el a magot a meggyből, mielőtt a meggyszemet az üvegbe teszi. A magozógépen áthaladt szemek közül 120-120 darab kerül egy-egy üvegbe.*

1. *Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy kiválasztott üvegben legalább 2 darab magozatlan szem van! (5 pont)*

*A termelés során keletkezett hulladékot nagy méretű konténerbe gyűjtik, melyet minden nap végén kiürítenek és kitisztítanak.*

*A konténer egyenes hasáb alakú. A hasáb magassága 2 m, alaplapja húrtrapéz, melynek méretei az 1. ábrán láthatók. A konténert vízszintes felületen, az 1,8 m × 2 m-es (téglalap alakú) lapjára állítva helyezik el (lásd a 2. ábrát).*

**

1. *Számítsa ki a hasáb térfogatát! Határozza meg, hogy milyen magasan áll a konténerben a tisztításához beletöltött 2,7 m3 térfogatú folyadék! (11 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **8. a) első megoldás** | | |
| 0,99 annak a valószínűsége, hogy egy adott szem meggyből az automata eltávolítja a magot. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| A komplementer esemény (0 vagy 1 mag kerül az üvegbe) valószínűsége . | 2 pont | *≈ 0,2994 + 0,3629* |
| Ezért a kérdezett valószínűség: , | 1 pont |  |
| ami körülbelül 0,34. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **8. a) második megoldás** | | |
| 0,99 annak a valószínűsége, hogy egy adott szem meggyből az automata eltávolítja a magot. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| A kérdezett valószínűség: | 1 pont |  |
| (Az egyes tagok kiszámítása és valószínűségi megfontolások alapján arra jutunk, hogy) a fenti 119 tagú összeg hetedik tagjától kezdve mindegyik tag kisebb *2,8⋅-nél,* | 1 pont |  |
| ezért az utolsó 113 tag összege nem nagyobb 0,0032-nél. | 1 pont |  |
| Mivel az első hat tag összege kevesebb 0,338-nál, ezért a kérdezett valószínűség körülbelül 0,34. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

*Megjegyzés: A összeg első 9 tagja és a megfelelő tagok összege az alábbi táblázatban látható:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *i* |  |  |
| *2* | *0,2181* | *0,2181* |
| *3* | *0,0867* | *0,3047* |
| *4* | *0,0256* | *0,3304* |
| *5* | *0,0060* | *0,3364* |
| *6* | *0,0012* | *0,3375* |
| *7* | *0,0002* | *0,3377* |
| *8* | *2,7⋅* | *0,3377* |
| *9* | *3,4⋅* | *0,3377* |
| *10* | *3,8⋅* | *0,3377* |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Indulás időpontja* | |  |
| *menetrend*  *szerint* | *ténylegesen* | *késés (perc)* |
| *6:10* | *6:10* | *0* |
| *6:32* | *6:33* | *1* |
| *8:10* | *8:10* | *0* |
| *8:32* | *8:38* | *6* |
| *10:10* | *10:15* | *5* |
| *10:32* | *10:37* | *5* |
| *12:10* | *12:10* | *0* |
| *12:32* | *12:35* | *3* |
| *14:10* | *14:14* | *4* |
| *14:32* | *14:40* | *8* |
| *16:10* | *16:17* | *7* |
| *16:32* | *16:32* | *0* |
| *18:10* | *18:14* | *4* |
| *18:32* | *18:32* | *0* |
| *20:10* |  |  |
| *20:32* |  |  |

**2016. október – emelt - 3. feladat**

*Egy kisváros vasútállomásáról munkanapokon 16 vonat indul, ezek indulási időpontjáról kimutatást vezetnek. A mellékelt táblázat ezt mutatja egy adott munkanap esetében. A vasútvállalat pontosságra vonatkozó előírása szerint munkanapokon a vonatok legalább egyharmadának pontosan kell indulnia az állomásról, továbbá a késéseknek sem az átlaga, sem a mediánja nem haladhatja meg a 3 percet.*

1. *Legfeljebb hány perc késéssel indulhat a választott munkanapon az utolsó két vonat, hogy mindegyik előírás teljesüljön?*

*(A késéseket egész percekben mérik, a pontos indulást 0 perces késésnek számítják, a vonatok a menetrendben előírt indulási időpontjuknál korábban nem indulhatnak el.) (7 pont)*

*Egy külföldi utazás teljes árú vasúti menetjegye tavaly 209 euróba került. A menetjegy árát fél évvel ezelőtt p euróval felemelték, majd a múlt héten p százalékkal csökkentették (p > 0). Így a menetjegy ára 189 euró lett.*

1. *Határozza meg p értékét! (7 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. a)** | | |
| Az „egyharmados” előírás teljesüléséhez a napi 16 vonat közül legalább 6-nak pontosan (azaz 0 perces késéssel) kell indulnia. | 1 pont |  |
| A már elindított 14 vonat közül 5 a menetrendben előírt időpontban indult, tehát a két utolsó vonat közül legalább az egyiknek pontosan kell indulnia. | 1 pont |  |
| A másik vonat késése legyen x perc.  A késések átlaga nem haladhatja meg a 3 percet: | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| A lehetséges (egész) értékek közül x = 4 és x = 5 esetén a medián nagyobb lenne 3-nál (mindkét esetben 3,5). | 2 pont |  |
| A másik vonat legfeljebb 3 percet késhet az indulásnál. (Ezekben az esetekben a medián valóban legfeljebb 3 lesz.) | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **7 pont** |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó szigorú egyenlőtlenséggel dolgozik, akkor legfeljebb 5 pontot kaphat.*

**2013. október – emelt - 3. feladat**

*Egy kis boltban három különböző ízesítésű csokoládé kapható: epres, málnás és narancsos.*

1. *Ha összesen öt tábla csokoládét akarunk ebben a boltban vásárolni, és csak az ízesítéseket vesszük figyelembe, akkor hány különböző lehetőségünk van? (5 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*A Finom csokoládé csomagolásán az áll, hogy a tömege 100 g. A gyártó cég a saját megbízhatóságát így reklámozza: 99,9% annak a valószínűsége, hogy egy csokoládészelet tömege legalább 100 gramm.*

1. *Ha a reklám állítása igaz, akkor legalább hány szelet Finom csokoládét kell (véletlenszerűen) vásárolnunk ahhoz, hogy legalább 0,05 valószínűséggel legyen közöttük 100 grammnál kisebb tömegű is?*

*(Számításaiban a vásárlást modellezze visszatevéses mintavétellel!) (6 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **4. b)** | 1 pont |  |
| Tegyük fel, hogy n szelet csokoládét vásárolunk. (Ha a reklám állítása igaz, akkor) annak a valószínűsége, hogy mindegyik tömege legalább 100 g, | 1 pont |  |
| így annak valószínűsége, hogy közöttük van 100 g-nál kisebb tömegű:. | 1 pont |  |
| A feltétel szerint , azaz  . | 1 pont |  |
| A 10-es alapú logaritmusfüggvény szigorúan monoton növekedő, tehát:. | 1 pont | *A 0,999 alapú exponenciális (logaritmus) függvény szigorúan monoton csökkenő, ezért* |
| (Mivel negatív, ezért:) | 1 pont |  |
| Legalább 52 szelet csokoládét kell vásárolnunk. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **6 pont** |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó egyenlőtlenség helyett egyenlettel jól dolgozik, és ez alapján helyes választ ad, akkor 5 pontot kapjon. További 1 pontot akkor kaphat, ha utal arra, hogy az egyenlet megoldásából hogyan következik a kérdésre adott válasza (például a vásárolt csokoládészeletek számának növekedésével növekszik annak a valószínűsége is, hogy közöttük lesz 100 g-nál kisebb tömegű is)*

**2016. október – emelt - 6. feladat**

*A 11. b osztály a következő tanévre nyolc kötelező olvasmányt kapott. Ezek közül kettő ugyanannak a szerzőnek a munkája, a többi szerzőnek csak egy-egy könyve van az olvasmányok között. Andi még nyáron szeretne elolvasni a nyolc könyv közül hármat. A nyarat a nagyszüleinél tölti, ezért a kiválasztott három könyvet magával viszi.*

1. *Hányféleképpen választhatja ki Andi, hogy melyik három könyvet vigye magával, ha azt szeretné, hogy a három könyv három különböző szerző műve legyen? (4 pont- Megoldásást lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*Az osztály tanulói közül hatan: Andi, Barbara, Csilla, Dani, Elek és Feri moziba mennek.*

1. *Hányféleképpen ülhetnek le hat egymás melletti székre úgy, hogy semelyik két lány ne üljön egymás mellett? (4 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*Három lány és n fiú véletlenszerű elrendezésben leül egy sorba.*

1. *Határozza meg n értékét, ha annak a valószínűsége, hogy a három lány egymás mellett ül! (8 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **6. c)** | | |
| A három egymás mellett ülő lányt egy egységnek tekintve ők és az *n* fiú *(n + 1)!-*féle sorrendben ülhetnek egymás mellé. | 1 pont |  |
| Mivel a három lány *3!(= 6)-*féle sorrendben ülhet egymás mellett, a kedvező esetek száma összesen . | 1 pont |  |
| Az *n + 3* személy *(n + 3)!*-féle különböző sorrendben ülhet le egymás mellé (összes eset száma). | 1 pont |  |
| Annak a valószínűsége tehát, hogy a három lány egymás mellett ül:. | 1 pont |  |
| Egyszerűsítve: . | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| Az egyenlet két gyöke n = 10 és n = –15. | 1 pont |  |
| A –15 nem megoldása a feladatnak, tehát csak n = 10 lehetséges (és ez valóban megfelelő). | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **8 pont** |  |

**2017. május – emelt - 2. feladat**

*Két várost egy 195 km hosszú vasútvonal köt össze. Ezen a vonalon személyvonattal is és gyorsvonattal is el lehet jutni egyik városból a másikba. A személyvonat átlagsebessége 18 km/h-val kisebb a gyorsvonaténál, menetideje így 45 perccel több.*

1. *Határozza meg a vonatok átlagsebességét! (7 pont)*

*Az egyik hét munkanapjain utasszámlálást végeztek a személyvonaton. Hétfőn 200, kedden 160, szerdán 90, csütörtökön 150 utast jegyeztek fel.*

1. *Hány utas volt pénteken, ha tudjuk, hogy az öt adat átlaga is szerepel az adatok között, továbbá az adatok (egyetlen) módusza nem egyenlő a mediánjukkal?(5 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2. a) első megoldás** | | |
| Ha (km/h-ban mérve) a személyvonat átlagsebessége v, akkor a gyorsvonat átlagsebessége *v* + 18 (v > 0). A személyvonat menetideje (órában mérve) ,  a gyorsvonat menetideje | 1 pont |  |
| A feladat szövege szerint: | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| *v* = 60 (vagy *v* = –78, de) a negatív gyök nem megoldása a feladatnak. | 1 pont |  |
| A személyvonat átlagsebessége 60 km/h, a gyorsvonat átlagsebessége (60 + 18 =) 78 km/h. | 1 pont |  |
| Ellenőrzés: A gyorsvonat menetideje (195: 78 =) 2,5 óra, a személyvonat menetideje (195: 60 =) 3,25 óra. Ez valóban 45 perccel több, mint a 2,5 óra. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **7 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2. a) második megoldás** | | |
| Ha (órában mérve) a gyorsvonat menetideje *t*, akkor a személyvonat menetideje *t* + 0,75 (*t* > 0). A gyorsvonat átlagsebessége (km/h-ban mérve) ,  a személyvonat átlagsebessége | 1 pont |  |
| A feladat szövege szerint: | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| *t* = 2,5 (vagy *t* = –3,25, de) a negatív gyök nem megoldása a feladatnak. | 1 pont |  |
| A gyorsvonat átlagsebessége (195: 2,5 =) 78 km/h, a személyvonat átlagsebessége (78 – 18 =) 60 km/h. | 1 pont |  |
| Ellenőrzés: A személyvonat (195: 60 =) 3,25 óra alatt teszi meg a 195 km-es távolságot. Ez valóban 45 perccel több, mint a 2,5 óra. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **7 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2. a) harmadik megoldás** | | |
| (Ha a menetidőt órában, az átlagsebességet km/h-ban mérjük, és) a gyorsvonat menetideje *t*, átlagsebessége pedig *v*, akkor a személyvonat menetideje *t* + 0,75, átlagsebessége pedig *v* – 18 (*t>* 0 és *v>* 18). | 1 pont |  |
| A feladat szövege szerint: | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| Behelyettesítő módszerrel: . | 1 pont |  |
| *t* = 2,5 és *v* = 78 (vagy *t* = –3,25 és *v* = –60, de) a negatív gyök nem megoldása a feladatnak. | 1 pont |  |
| A gyorsvonat átlagsebessége 78 km/h, a személyvonat átlagsebessége (78 – 18 =) 60 km/h. | 1 pont |  |
| Ellenőrzés: A személyvonat (195: 60 =) 3,25 óra alatt teszi meg a 195 km-es távolságot. Ez valóban 45 perccel több, mint a 2,5 óra. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **7 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2. b) első megoldás** | | |
| Mivel az öt adatnak egyetlen módusza van, ezért az ötödik adat csak a négy ismert adat valamelyike lehet (90, 150, 160 vagy 200). | 1 pont |  |
| Az ötödik adat nem lehet 150 vagy 160, mert akkor a módusz és a medián megegyezne. | 1 pont |  |
| Az ötödik adat nem lehet a 90 sem, mert akkor az átlag (690: 5 = 138) nem szerepelne az adatok között. | 1 pont |  |
| Ha az ötödik adat (a pénteki utasok száma) a 200, akkor az öt adat átlaga (800: 5 =) 160, | 1 pont |  |
| ami minden feltételnek megfelel: a módusz 200, a medián pedig 160 (ami egyben az öt adat átlaga is). (Pénteken tehát 200 utast számláltak.) | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2. b) második megoldás** | | |
| Mivel az öt adatnak egyetlen módusza van, ezért az ötödik adat csak a négy ismert adat valamelyike lehet (90, 150, 160 vagy 200). | 1 pont |  |
| Az öt adat átlaga nagyobb 90-nél és kisebb 200-nál, tehát az átlag 150 vagy 160 lehet. | 1 pont |  |
| Az átlag nem lehet 150, mert akkor az ötödik adat  lenne, ekkor pedig a módusz és a medián megegyezne. | 1 pont |  |
| Ha az átlag 160, akkor az ötödik adat (a pénteki utasok száma), | 1 pont |  |
| ami minden feltételnek megfelel: a módusz 200, a medián pedig 160. (Pénteken tehát 200 utast számláltak.) | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **5 pont** |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó helyesen válaszol a feladat kérdésére, és válaszát a feladat szövege alapján ellenőrzi, de nem mutatja meg, hogy más megoldás nincs, akkor legfeljebb 2 pontot kaphat.*

**2017. május – emelt - 7. feladat**

*Egy baktériumtenyészet szaporodását laboratóriumi körülmények között vizsgálják. Az első órában 4 mikrocellát fertőznek meg baktériumokkal. A második órában a baktériumok szaporodni kezdenek, így további 3 cella fertőződik meg. A megfigyelés szerint ezután „szabályszerűvé” válik a baktériumok szaporodása: minden órában annyi új fertőzött cella keletkezik, ahány korábban összesen volt. (A harmadik órában 4 + 3 = 7 új fertőzött mikrocella keletkezik, a negyedik órában 14, és így tovább.)*

1. *Ha a baktériumok szaporodásához továbbra is biztosítanák a megfelelő körülményeket, akkor az összes fertőzött mikrocella száma hányadik órában haladná meg a tízmilliót?( 8 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*A biológiaórán egy kezdetben tízmilliós baktériumhalmaznak a környezethez való alkalmazkodását modellezik a tanulók. Egy szabályos dobókockával dobnak, és ha a dobás eredménye 1, 2 vagy 3, akkor egymillió baktérium elpusztul. Ha a dobás eredménye 4 vagy 5, akkor nem történik semmi. Ha a dobás eredménye 6, akkor újabb egymillió baktérium keletkezik. A dobást többször egymás után megismétlik.*

1. *Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy hét dobás után a baktériumok száma legfeljebb ötmillió lesz!( 8 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **7. b)** | | |
| A modell szerint mindegyik dobásnál vagy  valószínűséggel elpusztul egymillió baktérium,  vagy  valószínűséggel egymillióval nő,  vagy  valószínűséggel változatlan marad a baktériumok száma. | 1 pont |  |
| Legfeljebb ötmillió baktérium akkor marad a hetedik dobás után, ha a hét dobás közül legalább öt alkalommal 1-et, 2-t vagy 3-at dobtak (azaz csökkent a baktériumok száma). | 2 pont | *Ezek a pontok akkor is járnak, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| Ha pontosan öt alkalommal dobtak 1-et, 2-t vagy 3-at, akkor a másik két alkalommal 4-et vagy 5-öt dobtak (azaz mindkétszer változatlan maradt a baktériumszám). Ennek a valószínűsége:. | 1 pont |  |
| Ha pontosan hat alkalommal dobtak 1-et, 2-t vagy 3-at, akkor a maradék egy alkalommal 4-et vagy 5-öt dobtak (azaz nem történt változás), vagy egy alkalommal 6-ot dobtak (azaz növekedett a baktériumok száma). Ennek a valószínűsége: | 2 pont | *Ha pontosan hat alkalommal dobtak 1-et, 2-t vagy 3-at, akkor a maradék egy alkalommal 4-et, 5-öt vagy 6-ot dobtak. Ennek a valószínűsége:* |
| Annak a valószínűsége, hogy pontosan hétszer dobtak 1-et, 2-t vagy 3-at: | 1 pont |  |
| A kérdezett valószínűség (a három egymást páronként kizáró lehetőség valószínűségének összege, azaz) körülbelül (0,073 + 0,055 + 0,008 =) 0,136. | 1 pont | *A valószínűség pontos értéke:.* |
| **Összesen:** | **8 pont** |  |

**2017. május – emelt - 9. feladat**

*Egy pár kesztyű árát először p százalékkal csökkentették, majd a csökkentett ár p + 4,5 százalékával tovább mérsékelték. A kétszeri árcsökkentés után a kesztyű 18,6%-kal olcsóbb lett, mint az árcsökkentések előtt volt.*

1. *Határozza meg a két árcsökkentés százalékos értékét! (8 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*Egy fiókban három pár kesztyű van összekeveredve: az egyik pár fekete, a másik szürke, a harmadik piros. (A három pár kesztyű csak a színében különböző.) A fiókból egyesével elkezdjük kihúzni a kesztyűket úgy, hogy húzás előtt nem nézzük meg a kesztyű színét, és a kihúzott kesztyűket nem tesszük vissza a fiókba. Addig folytatjuk a húzást, amíg lesz két azonos színű kesztyűnk.*

1. *Határozza meg annak a hat eseménynek a valószínűségét, hogy ehhez 1, 2, 3, 4, 5, illetve 6 kesztyű kihúzására lesz szükség, majd számítsa ki a húzások számának várható értékét!(8 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **9. b)** | | |
| Annak a valószínűsége, hogy pontosan egy húzás szükséges: *P*(1) = 0. | 1 pont |  |
| Legfeljebb 4 húzás szükséges ahhoz, hogy legyen két azonos színű kesztyű a kihúzottak között, | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| ezért a pontosan 5, illetve pontosan 6 szükséges húzás valószínűsége: *P*(5) = *P*(6) = 0. | 1 pont |  |
| A pontosan 2 húzás szükségességének valószínűsége:  *P*(2) =(a másodiknak kihúzott kesztyű színe megegyezik az elsőével). | 1 pont |  |
| Pontosan 3 húzás akkor szükséges, ha a második kihúzott kesztyű színe nem egyezik meg az elsőnek kihúzottéval, de a harmadikra húzott kesztyű színe megegyezik az első kettő közül valamelyiknek a színével: *P*(3)=. | 1 pont |  |
| Pontosan 4 húzás akkor szükséges, ha az első három szín mind különböző (ekkor a negyediknek kihúzott kesztyű színe már biztosan megegyezik valamelyik korábban kihúzott kesztyű színével): P(4) =. | 1 pont | *P(4)=1-(P(2)+P(3))=*  *=* |
| A szükséges húzások számának várható értéke tehát: | 1 pont |  |
| = 3,2. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **8 pont** |  |

**2017. október – emelt - 5. feladat**

*A laptopokban is használt B típusú lítiumion-akkumulátorok töltéskapacitása minden teljes töltési ciklusnál az előző értékének körülbelül 0,06%-ával csökken.*

1. *Hány százalékkal csökkent az új akkumulátor töltéskapacitása, ha 350 teljes töltési ciklust végeztek vele? (4 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*Egy B típusú akkumulátorral minden évben körülbelül 200 teljes töltési ciklust végeznek. (Tételezzük fel, hogy két töltési ciklus között mindig ugyanannyi idő telik el.)*

1. *Mennyi a felezési ideje a kezdetben új akkumulátor töltéskapacitásának (azaz töltési kapacitása mennyi idő alatt csökken a felére)? (6 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

*Egy használt laptop-akkumulátorokat árusító üzletben a 25 azonos típusú akkumulátor töltéskapacitása 60% és 80% között van, de közülük csak 10-nek kisebb a töltéskapacitása 70%-nál. Egy vevő a 25 akkumulátor közül hármat vásárol meg.*

1. *Ha a három akkumulátort véletlenszerűen választja ki, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb az egyiknek lesz 70%-nál kisebb a töltéskapacitása?(6 pont)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **5. c)** | | |
| Annak a valószínűségét keressük, hogy a vevő 0 vagy 1 darab 70%-nál kisebb töltéskapacitású akkumulátort vásárol. | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| 3 akkumulátort összesen (= 2300)-féleképpen vásárolhat (összes eset száma). | 1 pont |  |
| 70%-nál kisebb töltéskapacitású akkumulátorból 0 darabot -féleképpen, | 1 pont |  |
| 1 darabot -féleképpen vásárolhat. | 1 pont |  |
| A kérdezett valószínűség (a kedvező esetek számának és az összes eset számának hányadosa): | 1 pont |  |
| . | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **6 pont** |  |

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó visszatevéses modellel dolgozik, akkor legfeljebb 3 pontot kaphat.*

**2017. október – emelt - 7. feladat**

*A Téglácska csokiszelet gyártója akciót indít: ha a szerencsés vásárló a csokiszelet csomagolásának belső oldalán a „Nyert” feliratot találja, akkor ezzel egy újabb szelet csokit nyert. A gyártó úgy reklámozza a termékét, hogy „minden ötödik csoki nyer”. (Ez úgy tekinthető, hogy minden egyes csoki 0,2 valószínűséggel nyer.)*

1. *Juli öt szelet csokoládét vásárol. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az öt szelet csoki között legalább egy nyerő csoki lesz? (4 pont)*

*Pali is öt szelet csokoládét vásárolt, és végül hét szelet csokival tért haza a boltból, mert nyert még kettőt.*

1. *Vizsgálja meg, hogy az alábbi két esemény közül melyiknek nagyobb a valószínűsége! (7 pont)*

*I. Ha valaki megvásárol öt szelet csokit, akkor azok között két nyerő csoki lesz, de a két nyereménycsoki egyike sem nyer.*

*II. Ha valaki megvásárol öt szelet csokit, akkor azok között egy nyerő csoki lesz, a nyereménycsoki nyer egy hetedik szelet csokit, de az már nem nyer.*

*Egy másik akcióban a csokiszelet térfogatát 20%-kal megnövelték, de továbbra is változatlan áron adták. A csokiszelet téglatest alakú, az eredeti és a megnövelt szelet (matematikai értelemben) hasonló. Az akciós szelet 1 cm-rel hosszabb az eredeti csokiszeletnél.*

1. *Határozza meg az eredeti csokiszelet hosszúságát!*

*Válaszát egész cm-re kerekítve adja meg! (5 pont- Megoldását lásd az oktatási hivatal honlapján)*

***Megoldás:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **7. a) első megoldás** | | |
| *P*(nem nyerő csoki) = 0,8 | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| *P*(legalább egy nyerő) = 1 – *P*(egyik sem nyerő) =  = | 2 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **4 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **7. a) második megoldás** | | |
| *P*(nem nyerő csoki) = 0,8 | 1 pont | *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.* |
| ≈ | 2 pont |  |
| ≈ 0,672 | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **4 pont** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **7. b)** | | |
|  | 1 pont |  |
| Annak a valószínűsége, hogy a két megnyert csoki egyike sem nyer: . | 1 pont |  |
| (A két esemény független, így) az I. esemény valószínűsége | 1 pont |  |
|  | 1 pont |  |
| Annak a valószínűsége, hogy a megnyert csokival nyer egy hetedik csokit, amelyik viszont már nem nyer többet | 1 pont |  |
| (A két esemény független, így) a II. esemény valószínűsége: | 1 pont |  |
| Az I. esemény valószínűsége a nagyobb. | 1 pont |  |
| **Összesen:** | **7 pont** |  |