Tematikus terv

Készítette: Schmidt Klaudia, Tóth Kristóf

Matematika tanítása 4G-tg (mm5t2ms8g)

Oktató: Dr. Wintsche Gergely

Budapest, 2018. március 24.

Téma: Koordinátageometria

Évfolyam: 11. évfolyam

Osztály típusa: alap óraszámú gimnázium

Felhasznált irodalom:

- 51/2012. (XII. 21.) számú EMMI rendelet 3. melléklet (Kerettanterv)
- Matematika 11. (Kísérleti tankönyv) Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet
- Az érthető matematika 11.
- Sokszínű matematika 11.

Fogalmi háló

Tematikus terv

Témák órákra bontása	Az óra témája	Az óra céljai, fejlesztési területei	Ismeretanyag
1.	Vektorokról tanult ismeretek felelevenítése. Műveletek vektorokkal	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	Helyvektor, vektorok összeadása/kivonása, szorzása számmal, forgatása 90°-kal
2.	Műveletek koordinátákkal megadott vektorokkal	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Helyvektor, vektorok összeadása/kivonása, szorzás számmal, forgatása 90°-kal, két pont távolsága
3.	Szakasz felező, illetve harmadolópontjainak koordinátái	Felező, illetve harmadolópontok meghatározása koordinátákból	Felezőpont, harmadolópont fogalma
4.	Szakaszt adott arányban osztó pont koordinátái	Előző órán tanult ismeretek elmélyítése, általánosítása	Szakaszt adott arányban osztó pont fogalma
5.	Háromszög súlypontjának koordinátái	Háromszög súlypontjának meghatározása koordinátákból	Háromszög súlypontja
6.	Vektorok skaláris szorzata	Skaláris szorzat fogalmának kialakítása, alkalmazása koordinátarendszerben	Skaláris szorzás és tulajdonságai, vektor hossza, két pont távolsága koordináták segítségével
7.	Vektorok szögének kiszámítás a skaláris szorzat segítségével	Skaláris szorzat felhasználásának további lehetőségei	Vektorok szöge
8.	Gyakorlás	Az eddig tanult fogalmak együttes alkalmazása (pl. összegvektor szorzása vektorral), ezzel az ismeretek mélyítése	Műveletek vektorokkal, skaláris szorzat, vektor hossza, két pont távolsága
9.	Egyenes egyenlete normálvektor segítségével	Egyenes egyenletének megismerése, kapcsolat a matematika különböző területei között (geometria, algebra)	Normálvektor, egyenes normálvektoros egyenlete
10.	Két ponton átmenő egyenes egyenlete	Egyenes egyenlete más módszerrel, amely visszavezethető az előző anyagra.	Két ponton átmenő egyenes egyenlete, irányvektor, egyenes irányvektoros egyenlete

11.	Egyenes meredekségének meghatározása, iránytangens	Egyenes egyenletének újabb megközelítése. Egyenes egyenletének felismerése különböző alakokban	Iránytangens, irányszög, egyenes iránytényezős egyenlete
12.	Egyenesek metszéspontja	Tanult ismeretek alkalmazása. A matematika különböző területeinek összekapcsolása (algebra, geometria)	Egyenes egyenleteinek különböző alakjai, egyenletrendszerek
13.	Gyakorlás	Eddig tanult ismeretek alkalmazása, tudás elmélyítése.	Egyenes egyenletei
14.	Összefoglalás	Tanult ismeretek rendszerezése, figyelem felhívása a legfontosabb ismeretekre	A témakör során tanult minden fogalom
15.	Témazáró dolgozat	A témakör során tanult ismeretek alkalmazása	A témakör során tanult minden fogalom
16.	Témazáró dolgozat feladatainak megbeszélése	Figyelem felhívása a pontatlanságokra	A témakör során tanult minden fogalom

Óravázlat a tematikus terv 6. órájához

Cím: Vektorok skaláris szorzata

Feladat	Szervezési módok, eszközök	Megjegyzések	Idő (perc)
Adminisztráció, ráhangolódás	Frontális	-	1-3
Házi feladatok ellenőrzése, ismétlés	Megbeszélés	Táblánál a diákok felírják a megoldást (ha szükséges) tanári korrigálással. Ha nincs jelentkező, a tanár mondja el. Ezzel az előző órai anyagot (háromszög súlypont, osztópont) átismételjük.	4-10
Skaláris szorzat kiszámítása koordinátákkal, egy példa megoldása Geogebra segítségével (Mozaik:194/5/a)	Frontális (tanári magyarázat)	Új ismeretek bevezetése, önálló munka előkészítése. Az új ismeretek az önálló munka során a táblán maradnak felírva, illetve a mintapélda a Geogebrában megjelenítve marad. (https://ggbm.at/kGNeY5sr)	11-14
Vektor hosszának értelmezése, egy példa (Mozaik:197/1/b)	Frontális (tanári magyarázat)	Új ismeretek átadása, önálló munka előkészítése. Az új ismeretek az önálló munka során a táblán maradnak felírva.	15-18
Két pont távolságának értelmezése és egy példa megoldása (Mozaik 197/2/a & 3/a)	Frontális (tanári magyarázat)	Új ismeretek átadása, önálló munka előkészítése. Az új ismeretek az önálló munka során a táblán maradnak felírva, illetve a mintapélda a Geogebrában megjelenítve marad. (https://www.geogebra.org/m/FTcHxVqE)	19-22
Önálló feladatmegoldás	Páros munka (padtárssal)	A tanár közben járkál és segítséget nyújt a rászorulóknak. Idő vége fele tábla	23-35

(Mozaik: 194/5/b,c 197/1/a,c,d 2/b,c,d 3/b,c 4/a,b)		letörlése a következő munkafolyamathoz. (Valószínűleg nem jut majd idő az összes feladatra, arra kell törekedni, hogy mindegyik típusból legalább egy példa meg legyen.)	
Megoldott feladatok közös megbeszélése	Megbeszélés	A diákok táblára felírják a megoldásokat	36-42
Házi feladat feladása (Mozaik: 194/5/d 197/1/e,f 197/2/e,f 197/3/d 197/4/c), Óra lezárása	Frontális	-	43-45

<u>Mellékletek:</u>

Órai feladatok: (Sokszínű matematika 11.-ből)

194. oldal: 5. feladat: Határozzuk meg $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorok skaláris szorzatát, ha b) $\begin{matrix}\vec{a}(5;-2)\\ \vec{b}(3;0)\end{matrix}$, c) $\begin{matrix}\vec{a}(-7;5)\\ \vec{b}(4;-9)\end{matrix}$!

197. oldal: 1. feladat: Határozzuk meg $\vec{a}$ abszolútértékét, ha a) $\vec{a}(1;1)$, c) $\vec{a}(3;-2)$, d) $\vec{a}(-7;-4)$?

197. oldal: 2. feladat: Milyen távol van az A pont az origótól, ha b) $A(2;2)$, c) $A(5;12)$, d) $A(4;-3)$?

197. oldal: 3. feladat: Számítsuk ki AB távolságot, ha b) $A(4;1), B(-1;6)$, c) $A(-2;5), B(7;-10)$!

197. oldal: 4. feladat: Egy háromszög csúcsai: a) $A(0;0), B(5;1), C(2;6)$, b) $A(0;2), B(5;0), C(3;3)$. Számítsuk ki a háromszög kerületét!

Házi faladatok:

194. oldal: 5. feladat: Határozzuk meg $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorok skaláris szorzatát, ha d) $\begin{matrix}\vec{a}(-6;-10)\\ \vec{b}(3;-11)\end{matrix}$!

197. oldal: 1. feladat: Határozzuk meg $\vec{a}$ abszolútértékét, ha e) $\vec{a}\left(\frac{3}{5};-\frac{4}{5}\right)$, f) $\vec{a}\left(\sqrt{5};-\sqrt{6}\right)$?

197. oldal: 2. feladat: Milyen távol van az A pont az origótól, ha e) $A(-10;-8)$, f) $A\left(-\sqrt{7};-3\right)$?

197. oldal: 3. feladat: Számítsuk ki AB távolságot, ha d) $A(8;-7), B(-4;5)$!

197. oldal: 4. feladat: Egy háromszög csúcsai: c) $A(4;3), B(-5;-1), C(1;-3)$. Számítsuk ki a háromszög kerületét!

Óravázlat a tematikus terv 7. órájához

Cím: Vektorok szögének kiszámítás a skaláris szorzat segítségével

Feladat	Szervezési módok, eszközök	Megjegyzések	Idő (perc)
Adminisztráció	-	-	1-3
Házi feladatok ellenőrzése	Megbeszélés	Diákok táblánál felírják a megoldásokat, ezzel átismételve az előző óra anyagát.	4-10
Két vektor skaláris szorzatának kiszámítása kétféleképpen	Frontális (tanári magyarázat)	Koordinátás és koszinuszos alakkal is felírva.	11-15
Egy példa megoldása (1)	Frontális (tanári magyarázat)	Egy mintapélda megoldása a táblánál. (Az előzőek a táblán felírva maradnak)	16-20
Önálló munka, padtárssal kettes csoportokban (Mozaik: 197,5/a 197/6 194/6 197/8)	Páros munka (padtárs)	Közben a tanár járkál és segíti a diákokat, ha elakadnak. A végén pedig a kiválasztott diákok a táblára felírják a megoldásokat.	21-34
Koordináta geometria feladatok alkalmazása a fizikában (2),(3)	Megbeszélés	Skaláris szorzat és vektorok összege. A két példa megoldása a táblánál a diákokkal közösen.	34-42
Házi feladatok kiadása (Mozaik: 197/5/b,c, 197/7)	Frontális	Következő óra: gyakorló óra, azután röpdolgozat íratása.	43-45

<u>Mellékletek:</u>

Órai feladatok: (Sokszínű matematika 11.-ből)

PL(1): Határozzuk meg **a** és **b** vektorok skaláris szorzatát, ha az **a** vektor hossza 2, **b** vektor hossza 3, bezárt szögük 60°.

197. oldal: 5. feladat: Számítsuk ki az és vektorok által bezárt szöget, ha a) $\begin{matrix}\vec{a}(0;2)\\ \vec{b}(3;0)\end{matrix}$!

194. oldal: 6. feladat: Számítsuk ki x értékét, ha tudjuk, hogy $\vec{a}(5;7)$ és $\vec{b}(4;-x)$ vektorok merőlegesek egymásra!

197. oldal: 6. feladat: Számítsuk ki a 4. feladatban megadott háromszögek területét! (4. feladat: Egy háromszög csúcsai: a) $A(0;0), B(5;1), C(2;6)$, b) $A(0;2), B(5;0), C(3;3)$ c) $A(4;3), B(-5;-1), C(1;-3)$.)

197. oldal: 8. feladat: Határozzuk meg y értékét, ha $\vec{p}(3;4)$ és $\vec{q}(6;y)$ $60°$ -os szöget zárnak be egymással!

Vektorok összeadásával kapcsolatos feladat

PL(2): Egy folyó sebessége 3,6km/h. Egy csónak vízhez viszonyított sebessége 3m/s és iránya a folyás irányára merőleges. Milyen szögben és mekkora sebességgel megy a parthoz képest a csónak?

Skaláris szorzással kapcsolatos feladat

PL(3) Szánkót húzunk vízszintes talajon. A vízszintessel 30^o-os szögben fejtünk ki rá 10N erőt. Mennyi munkát végzünk 20méter út megtétele során?

Házi feladatok:

197. oldal: 5. feladat: Számítsuk ki az és vektorok által bezárt szöget, ha b) $\begin{matrix}\vec{a}(3;5)\\ \vec{b}(1;4)\end{matrix}$, c) $\begin{matrix}\vec{a}(-4;7)\\ \vec{b}(6;-9)\end{matrix}$!

197. oldal: 7. feladat: A pozitív körüljárási irányban betűzött $ABCD$ paralelogramma három csúcsának koordinátái $A(2;3), B(5;0), C(10;1)$.

a) Számítsuk ki a paralelogramma kerületét és területét!

b) Határozzuk meg a D csúcs koordinátáit!

Témazáró dolgozat

1. Feladat: Adott a koordináta-rendszerben az $A(3;4), B(-2;1), C(-1;5)$ pont. (*összesen: 12 pont*)
   a. Add meg az $\overrightarrow{AB}$ és az $\overrightarrow{AC}$ vektorok összegét, különbségét és skaláris szorzatát! (*4 pont*)
   b. Ábrázold az $\overrightarrow{AB}$ és az $\overrightarrow{AC}$ vektorok összegét, különbségét derékszögű koordinátarendszerben! (*2 pont*)
   c. Határozd meg az $\overrightarrow{AB}$ és az $\overrightarrow{AC}$ vektorok által bezárt szöget! (*2 pont*)
   d. Add meg az origóból az AB szakasz felezőpontjába mutató vektort! (*1 pont*)
   e. Határozd meg a C pontból az AB szakasz B ponthoz közelebbi harmadolópontjába mutató vektort! (*2 pont*)
   f. Add meg az ABC háromszög súlypontját! (*1 pont*)
2. Az e egyenes átmegy az origón, egy irányvektora a $\vec{v}(-5,2)$. (*összesen: 5 pont*)
   a. Add meg az egyenes két normálvektorát! (*1 pont*)
   b. Írd fel az egyenes egyenletét! (*2 pont*)
   c. Add meg az egyenes iránytangensét! (*1 pont*)
3. Feladat: Adott két egyenes: $3x-y=16$ és $2x+5y=5$. Ha létezik a két egyenesnek metszéspontja, határozd meg a metszéspontnak koordinátáit! (*4 pont*)
4. A PQR háromszög csúcsai: $P(-6;-1), Q(6;-6), R(2;5)$. Írd fel a háromszög P csúcsához tartozó súlyvonal egyenesének egyenletét! (*4 pont*)

Témazáró dolgozat értékelése

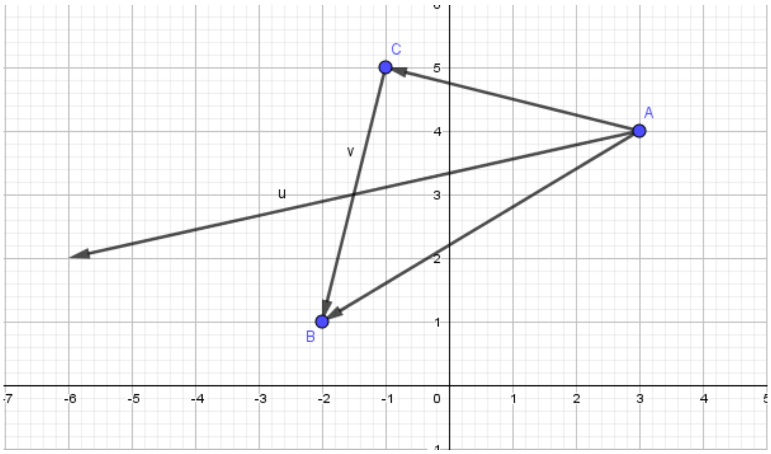
1. Feladat:
   a. $\overrightarrow{AB}=((-2)-3;1-4)=(-5;-3)$

      $\overrightarrow{AC}=((-1)-3;5-4)=(-4;1)$ (1 pont: 0,5 pont, ha csak az egyik vektor helyes)

      $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=((-5)+(-4);(-3)+1)=(-9;-2)$ (1 pont)

      $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=((-5)-(-4);(-3)-1)=(-1;-4)$ (1 pont)

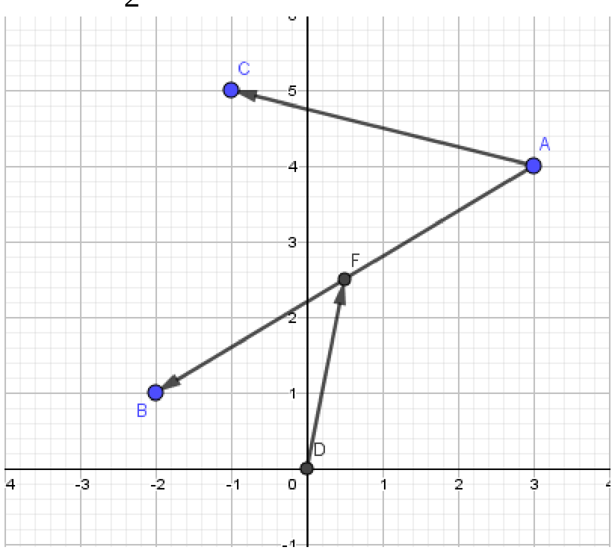
      $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(-5)\cdot(-4)+(-3)\cdot 1=20+(-3)=17$ (1 pont)

   b. 

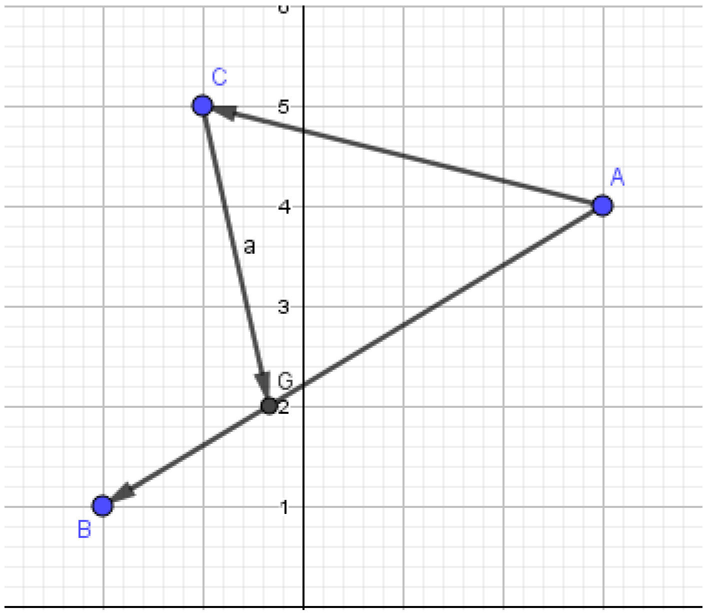
      (Helyes ábrázolásért vektoronként 1-1 pont)

   c. $\cos\alpha=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\dfrac{17}{\sqrt{(-5)^2+(-3)^2}\cdot\sqrt{(-4)^2+1^2}}=\dfrac{17}{\sqrt{34}\cdot\sqrt{17}}=\dfrac{17}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{17}\cdot\sqrt{17}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

      $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\alpha=45°$ (1 pont)

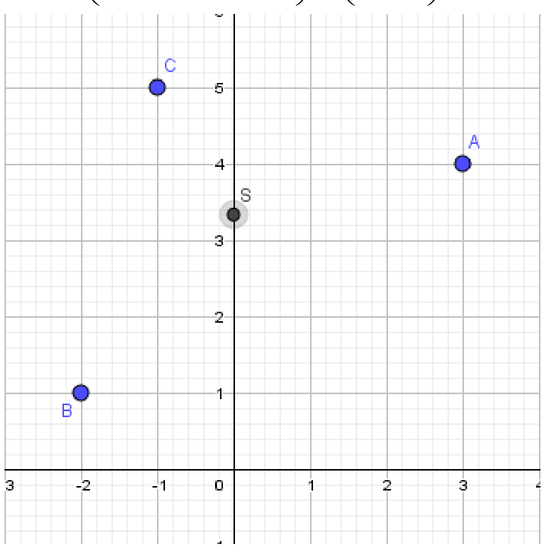
   d. 

      $\overrightarrow{OF}=\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right)$ (1 pont)

e. 

$G=\dfrac{2\cdot B+A}{3}=\left(\dfrac{(-4)+3}{3};\dfrac{2+4}{3}\right)=\left(-\dfrac{1}{3};2\right)$ (1 pont)

$\overrightarrow{CG}=\left(-\dfrac{1}{3}-(-1);2-5\right)=\left(\dfrac{2}{3};-3\right)$ (1 pont)

f. 

$S=\dfrac{A+B+C}{3}=\left(\dfrac{3+(-2)+(-1)}{3};\dfrac{4+1+5}{3}\right)=\left(0;\dfrac{10}{3}\right)$ (1 pont)

2. Feladat:
   a. $\mathbf{n}_1(2;5)$ és $\mathbf{n}_2(-2;-5)$, illetve ezeknek többszörösei. (Helyes vektoronként 0,5 pont)
   b. $2x-(-5)y=2\cdot 0-(-5)\cdot 0$ (1 pont)
      $2x+5y=0$ (1 pont)
   c. $y=-\dfrac{2}{5}x\Rightarrow m=-\dfrac{2}{5}$ (1 pont)

3. Feladat:

$3x - y = 16 \Rightarrow y = 3x - 16$ (1 pont)

$2x + 5y = 5 \Rightarrow 2x + 5(3x - 16) = 5 \Rightarrow 2x + 15x - 80 = 5 \Rightarrow 17x = 85 \Rightarrow x = 5$ (2 pont)

$y = 3 \cdot 5 - 16 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow P(5; -1)$ (1 pont)

4. Feladat:

$S = \left(\frac{6+2}{2}; \frac{-6+5}{2} \right) = \left(4; -\frac{1}{2} \right)$ (1 pont)

$((-\frac{1}{2}) - (-1)) \cdot (x - (-6)) = (4 - (-6)) \cdot (y - (-1))$ (1 pont)

$\frac{1}{2}(x + 6) = 10(y + 1)$

(2 pont)

$\frac{1}{2}x - 10y = 7$

<u>Ponthatárok:</u>

21–25 pont: Jeles

17–20 pont: Jó

14–16 pont: Közepes

11–13 pont: Elégséges

0–10 pont: Elégtelen