Térgeometria Tematikus terv 11. osztály, alap óraszámú tanterv

Kurzus: Matematika tanítása 4.

Kód: mm5t2ms8g

Dátum: 2018. április 25.

Készítették: Haluska Katalin, Georgita Kamilla

Óraszám	Óra témája	Ismeretanyag	Célok, feladatok	Alkalmazás, matematikatörténet, kapcsolódási pontok
1.	Térelemek hajlásszöge, távolsága	Egyenesek, síkok egymáshoz viszonyított helyzete a térben.	Definíciók megalkotása, alkalmazása, Pitagorasz-tétel, koszinusztétel térbeli alkalmazása.	
2.	Poliéderek. Testátlók, lapátlók, ezek egymással közbezárt szöge.	Poliéder fogalma, Pitagorasz-tétel, koszinusztétel térbeli alkalmazása.	Előző órán tanultak alkalmazása. Síkgeometriai ismeretek alkalmazása a térben. Háromszög területe.	Építészet, statika.
3.	Nevezetes poliéderek I.	Kocka, téglatest felszíne és térfogata, hasonlóság.	Ismétlés, felszínnel és térfogattal kapcsolatos feladatok megoldása. Testek hasonlóságának aránya az oldalak arányának ismeretében.	Testek palástjának megtervezése, megrajzolása a síkon, összeállítás. Fizika: sűrűség meghatározása, folyadékok és szilárd testek hőtágulása.
4.	Nevezetes poliéderek II.	Sokszögek területe, sokszög alapú hasábok, ferde hasábok, felszíne és térfogata.	Paralelogramma, trapéz, deltoid, rombusz területének meghatározása az átdarabolás módszerével. Szabályos sokszögek feldarabolása háromszögekre. Tetszőleges alapú hasábok, ferde hasábok térfogatának megsejtése.	Cavalieri-elv. Arkhimédész törvénye, Hieron király koronája. Tetszőleges alakú test térfogatának meghatározása szabályos test alakú pohárba töltött víz kiszorításával. Kristályszerkezetek.
5.	Nevezetes poliéderek III.	Sokszög alapú gúlák, csonka gúlák felszíne és térfogata.	Gúlák térfogatszámításának alapgondolatai: Két ugyanolyan alapterületű és egyforma magasságú gúla térfogata megegyezik. A gúlák tetraéderekre bonthatók, egy háromszög alapú hasáb három	Az egyiptomi piramisok a legrégebbi gúla alakú építmények.

			egybevágó tetraéderre bontható.	
6.	Gyakorlás			
7.	Kör, körgyűrű, körcikk, körszelet	Kör kerülete, területe. Körgyűrű körcikk, körszelet területe, kerülete.	Ismétlés, körszelettel kapcsolatos problémák megoldása visszavezetéssel.	Arkhimédész: π „meghatározása”, egységnyi átmérőjű kör kerületének kiszámítása körbe írt szabályos 96-szög kerületének segítségével. Matematikai inga. Kepler III. törvénye
8.	Henger, hengercikk, hengerszelet	Egyenes és ferde henger felszíne térfogata, hengercikk, hengerszelet felszíne és térfogata		Fizikában egyes mozgások leírására hengerkoordinátákat alkalmaznak.
9.	Kúp, csonka kúp	Kúp, csonka kúp felszíne és térfogata.	Csonka kúp térfogatának meghatározása két kúp térfogatának különbségével	
10.	Gyakorlás		Összetettebb feladatok megoldása	
11.	Gömb	Gömb felszíne és térfogata	Térfogat meghatározása Cavalieri-elv segítségével	Arkhimédész: Hengerbe írt kúp és gömb. Szappanbuborék, adott térfogat mellett a gömb felszíne a legkisebb. (gömbölyű pocakban a baba) (minimál-felületek). Gömbi koordináták. Gömbi geometria
12.	Gömbhéj, Gömbszelet,Gömböv, Gömbsüveg.			Műholdak a Föld bizonyos területű gömbsüvegeit pásztázzák. Hosszúsági, szélességi fokok, időzónák
13.	Egymásba írt alakzatok		Alakzatok tárfogatának különbsége.	
14.	Gyakorlás, összefoglalás			
15.	Témazáró dolgozat			

Óra témája: Nevezetes poliéderek 3.

Ismeretanyag: Sokszög alapú gúlák, csonka gúlák felszíne és térfogata

Célok, feladatok: Gúlák térfogatszámításának alapgondolatai: Két ugyanolyan alapterületű és egyforma magasságú gúla térfogata megegyezik. A gúlák tetraéderekre bonthatók, és háromszög alapú hasáb három egybevágó tetraéderre bontható

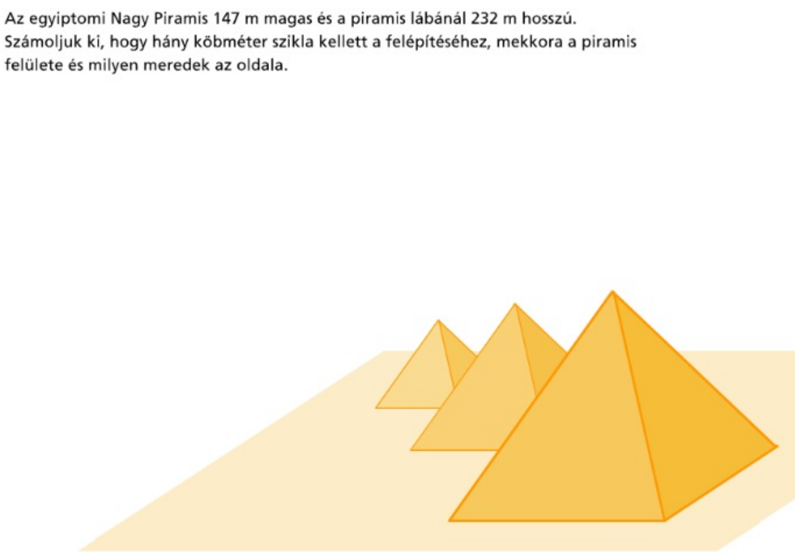
Alkalmazás, matematikatörténet, kapcsolódási pontok: építészeti alkotások

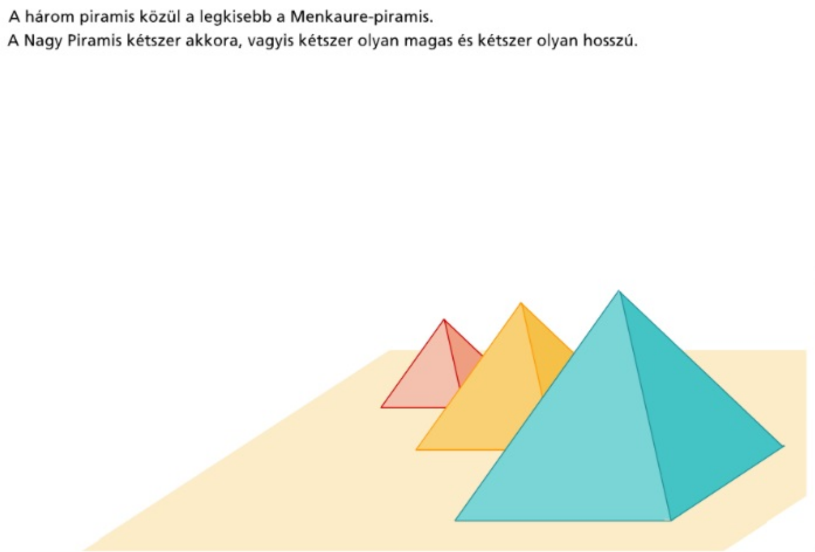
Az óra menete	Idő	Ismeretanyag	Tanári tevékenység	Munkaforma, feladat	Táblára kerül	Megjegyzés
Ráhangolódás Diákok feladata, hogy a kivetített tárgyakról állapítsák meg, hogy milyen szabályos testekből állnak. Pluszpont, ha felismerik, hogy mik az adott tárgyak.	0-5	hasáb, gúla, kúp, gömb felismerése, csoportosítása	Kivetítve mutat tárgyakat,	csoportos feladat	kivetítőn a képek megjelennek	A feladat célja csak ráhangolás, nem az összes korábbi ismeretanyag felidézése
A diákok párban dolgoznak, megnyitják a	5-12	Gúla térfogata: képlet és a	Párok munkavégzésének megfigyelése és segítése. Valamint annak a felmérése,	páros feladat	gúla térfogat képlete http://tananyag.geomatech.h	Alapszinten nem cél a bizonyítás, de

feltüntetett geogebrás linket. Feladatuk. hogy a térfogat képletre az ábrák alapján magyarázatot adjanak		bizonyítás alapgondolatának megértése	hogy kik jöttek rá a bizonyítás alapgondolatára, hogy a közös megbeszélésnél őket tudja kérdezni		u/m/1364571	az, hogy az alapgondolatát értsék az fontos.
Gúla térfogat képletének magyarázata	12-17	Gúla térfogata	Az előzőekben megfigyeltek közös megbeszélése	közös megbeszélés tanári kiegészítésekkel	-	Szemléltetéshez szétdarabolható hasábot bevinni (fizikai szemléltetés is legyen)
Feladat megoldás	17-32	Gúla, csonkagúla térfogata, felszíne	Azoknak a tanulóknak, akik elakadnak, segít	páros feladatmegoldás	piramisok (mellékletben csatolva a feladat)	-
Megbeszélés	32-42		Előző páros munka során megoldott feladat megoldásának közös megbeszélése, magyarázata	tanári előadás	ábra megbeszélés közben, képletek	-
Kilépő feladat	43-45		Feladat ismertetése	frontális		

Melléklet:

Piramisok – Feladat:





Feladat az első képen leírt feladat, valamint a másik képen kiemelt kis és nagy piramis területének az összehasonlítása.

Majd kiszámolni annak a csonka gúlának a területét, felszínét, térfogatát, illetve oldaléleinek a hosszát, amelyik úgy keletkezik, ha a legnagyobb piramis tetejéről a legkisebbet levágjuk.

Képek a bevezető feladathoz:


GREAT WEALTH
GOOD NEWS
SUCCESS IN LOVE
LONG JOURNEY


GABRIEL


Goetz
BEER
Special
BEER
Brewed and Filled by

Kilépő feladat:

Négy különböző hajóval utaznak Szabóék Portugáliából Amerikába. Az apuka jachttal, az anyuka vitorlással, Karcsi pedig monitorral teszi meg az utat. Milyen járművel utazhat a nagypapa, ha mindegyik hajó a másik háromtól pontosan 300 méter távolságra van.

11. óra Gömb térfogata és felszíne						
Az óra menete	Idő	Ismeretanyag	Kérdések	Munkaforma, feladat	Táblára kerül	Megjegyzés
Köszöntés	1’					
Érdeklődés felkeltése	7’	Adott térfogat mellett a gömb felszíne a legkisebb. Arkhimédész felfedezése	A természetben hol találkozunk gömbbel? Egyenlő a kúpok térfogata? Miért?	Frontális PPT megtekintése	A két ábrán lévő kúpok térfogata egyenlő állítás igazolása.	A bizonyításon kicsit gondolkodnak, a megoldást egy gyerek ismerteti a táblánál.
Gömb térfogata	10’	$V=\frac{4r^3\pi}{3}$	Mindkét ábra esetén vizsgáljuk a *d* magasságú síkmetszeteket.	Páros munka	Az alapsíktól bármely $d(0\leq d<r)$ távolságban keletkező síkmetszet területe: $T_d=(r^2-d^2)\pi$ Ez egyenlő a henger és kúp területének különbségével rendre minden síkmetszet esetén. (A körgyűrűnél a külső kör változatlanul *r* sugarú, a belső kör sugara a *d* minden lehetséges értékénél azonos a síkmetszet és az alapsík távolságával.) $V_{félgömb}=V_{henger}-V_{kúp}=$ $r^2\pi-\frac{r^2\pi}{3}=\frac{2r^3\pi}{3}$ $V_{gömb}=\frac{4r^3\pi}{3}$	A PPT-n utoljára megjelenő képet kivetítve hagyva a diákok gondolkodnak a „bizonyítás” menetén.

Gömb felszíne	5’	$A= 4r^2 \pi$	Emlékezzünk vissza Arkhimédész módszerére, amikor a kör kerületét határozta meg. Hogyan bővíthetnénk ki a gondolatmenetet, hogy a gömb felszínét megkapjuk?	Frontális	Rajz: körbe beírt sokszög. - a kört megforgatva gömböt kapunk, a sokszögből kúpok és csonka kúpok palástját - így közelíthető a gömb felszíne - növelve a sokszög oldalszámát egyre jobban közelítjük a gömb felszínét - $A_{gömb} = 4r^2 \pi$	Házi feladat: Egy r sugarú körbe beírt szabályos nyolcszöget forgassunk meg, határozzuk meg a keletkező test felszínét.
Feladat	5’		Hány km^2-en terül el a Földfelszínen lévő vízkészlet? Milyen adatokra van szükségetek? Valaki tudja ereket?	Önálló munka	A feladat megoldása.	A diákok az interneten utánanézhetnek a szükséges adatoknak.
Gömbi geometria	5’	Gömbi geometriában az egyenesek a főkörök. A háromszögek belső szögeinek összege nagyobb, mint 180°	Ilyen egyenesekkel határolt háromszögek belső szögeinek összege mennyi lehet? Lehet olyan alakzatot találni aminek kevesebb csúcsa van, mint három?	frontális PPT folytatása		
Feladatok			Mekkora a gömb sugara, ha a felszíne 1978,92 cm^2 ? Hány darab 1 cm sugarú ólomgolyót önthetünk egy 10 cm sugarú ólomgolyóból? Hányszorosa lesz a kisgolyók felszínének összege a nagy golyó felszínének? Két gömb főköreinek a kerülete 1 m-rel különbözik egymástól. Mekkora a két gömb sugarainak a	Önálló munka A feladatok megoldása frontális	A feladatok megoldása.	A feladatok megoldását a diákok végzik a táblánál. Amelyik feladatra nem jut idő, az házi feladat marad.

			különbsége?			

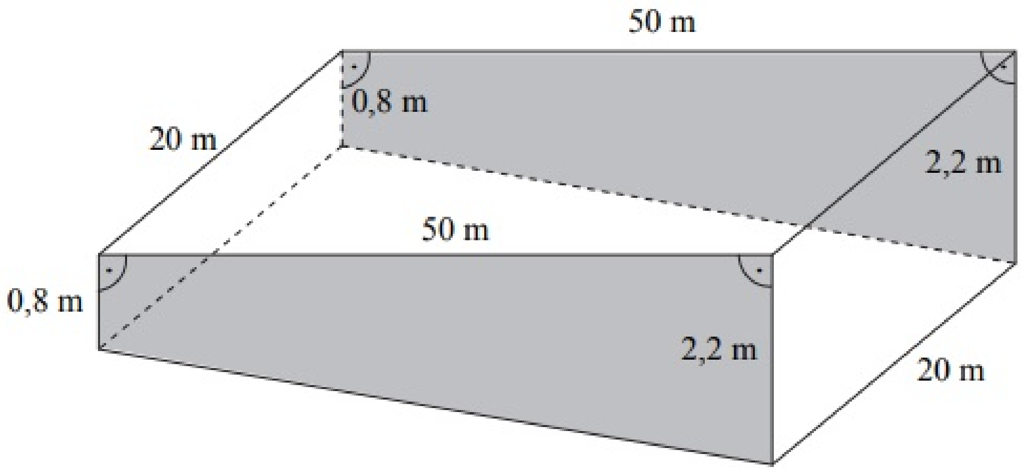
Témazáró dolgozat

A számozás csak úgy van

1. Az ABCDE négyzet alapú gúla alapéle 20 cm, oldallapjai 60°-os szöget zárnak be az alaplappal. Hány cm^2 a gúla palástja? (10 pont)

2. Egy 3m magas, 40 cm oldalhosszúságú szabályos hatszög keresztmetszetű pillér oldallapjait kell befesteni. Mennyibe kerül a festék, ha egy négyzetméterre 6 dl kell és egy liter festék 450 Ft? (6 pont)

3. A nekeresdi strandon új medencét építettek. Az alábbi ábra ennek a medencének a vázlatos rajza. A medence mélysége egyenletesen növekszik 0,8 métertől 2,2 méterig. A szürke oldallapok kivételével a medence oldallapjai, alaplapja és a nyitott része is téglalap alakú. (5 pont)
   a, Hány m3 víz szükséges a medence teljes feltöltéséhez? Írd le a számolás menetét is!



4. 10 cm él hosszúságú kocka egyik sarkánál az élek felezőpontjait összekötő szakaszok mentén levágjuk a kocka sarkát. Mekkora az így keletkezett test térfogata és felszíne? (8 pont)

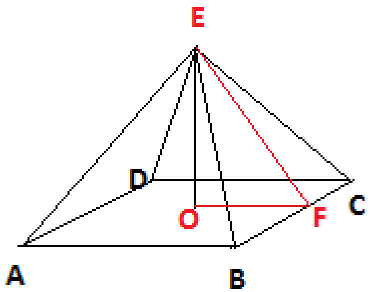
5. Egy fekvő helyzetben lévő egyenes henger alakú tartályban a függőleges átmérő $\frac{3}{4}$ - részéig ér a víz. A tartály hossza 5 méter, átmérője 4 méter.

   a; Mennyi víz van a tartályban?

   b; Milyen magasan lesz a víz a tartályban, ha felállítjuk?

Megoldás:

1.



(1 pont)

AB=BC=CD=AD=20cm

OFE szög=60° (2 pont)

OF=10cm (1 pont)

$\cos 60° = \frac{OF}{EF} = \frac{10}{EF}$ (2 pont)

$EF = \frac{10}{\cos 60°}$ =20 a palástot alkotó háromszögek magassága (1 pont)

BCE háromszög területe: $T = \frac{BC \cdot EF}{2} = \frac{20 \cdot 20}{2} = 200\ cm^2$ (2 pont)

Gúla palástja: $4T = 4 \cdot 200 = 800\ cm^2$ (1 pont)

2.

Rajz és azon az adatok felvétele

a = 40 cm (2 pont)

A palástot alkotó téglalapok területe: $40 \cdot 300 = 12000\ cm^2$ (1 pont)

A palást területe: $72000\ cm^2$ (1 pont)

$7{,}2\ m^2$ -re kell 43,2 dl (1 pont)

4,32 l festék 1944 Ft-ba kerül. (1 pont)

3.

Egy lehetséges megoldási mód:

1500 (m3 víz szükséges a medence feltöltéséhez.) (1 pont)

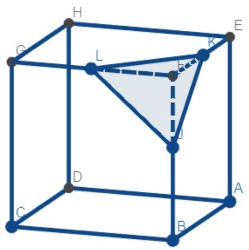
A medence egy trapéz alapú hasábnak tekinthető. (1 pont)

A szürkével jelzett trapéz területe: (0,8+2,2)/2 *50= (1pont)

= 75 (m^2). (1 pont)

A medence térfogata: 75· 20 = 1500 m^3 (1 pont)

4.



Ábra készítés (1 pont)

Kocka térfogatának kiszámolása

V= 10*10*10=1000 (cm^3) (1 pont)

gúla alapélének hossza = 5*gyök2 (1 pont)

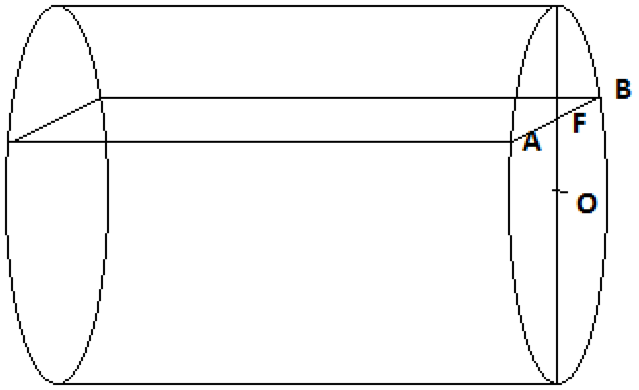
gúla térfogata V= 5*5*5= 125 cm^3 (1 pont)

test térfogata: Vkocka- Vgúla= 1000-125 =875 (cm^3) (1 pont) kocka felszíne: A= 6*(10*10) =600 cm^2 (1 pont)

gúla alaplapjának területe: T= 5*gyök2 oldalú szabályos háromszög területe = 43,301 cm^2 (1 pont)

test felszíne: A= Akocka- Tháromszög= 600-43,301= 556,699 cm^2 (1 pont)

5.



(2 pont)

A víz olyan hengerszerű testet tölt ki, melynek alapja egy körszelet, magassága pedig a tartály hosszával egyenlő.

a; Körszelet területe:

AOB háromszögben OF = 1m, OA = 2m (2 pont)

AOF szög legyen α

$\cos\alpha = \dfrac{OF}{OA}$, így α = 60° (2 pont)

AOB szög = 120°

A nagyobb körcikk az egész kör területének kétharmada:

$T_{körcikk} = \dfrac{2}{3} \cdot 2^2 \cdot \pi = 8{,}38 \text{ m}^2$ (3 pont)

Az AOB háromszög területe:

$T_{AOB} = \dfrac{OA \cdot OB \cdot \sin 120°}{2} = \dfrac{2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \sqrt{3} = 1{,}73 \text{ m}^2$ (2 pont)

A körszelet területe:

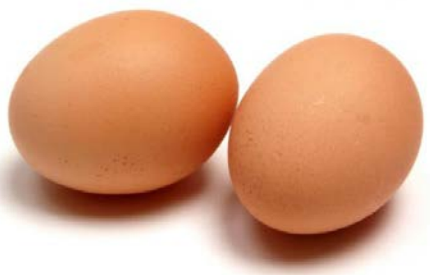
$T = T_{AOB} + T_{körcikk} = 10{,}11 \text{ m}^2$ (1 pont)

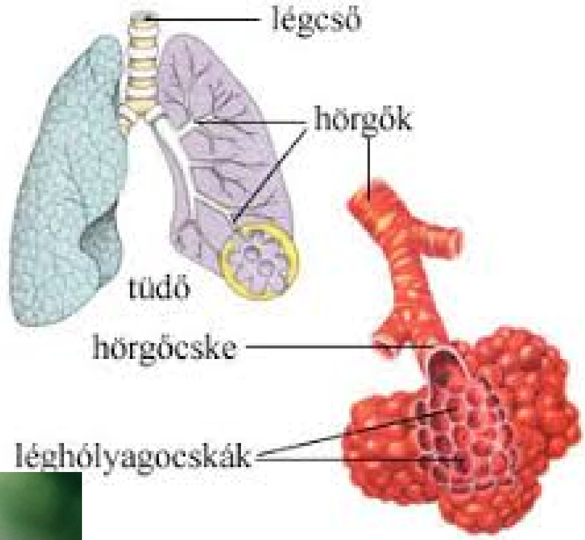
A hengerszelet, vagyis a víz térfogata: $V = Tm = 10{,}11 \cdot 5 = 50{,}55 \text{ m}^3$ (1 pont)

b; Ha a tartályt felállítjuk, akkor a víz henger formájú lesz.

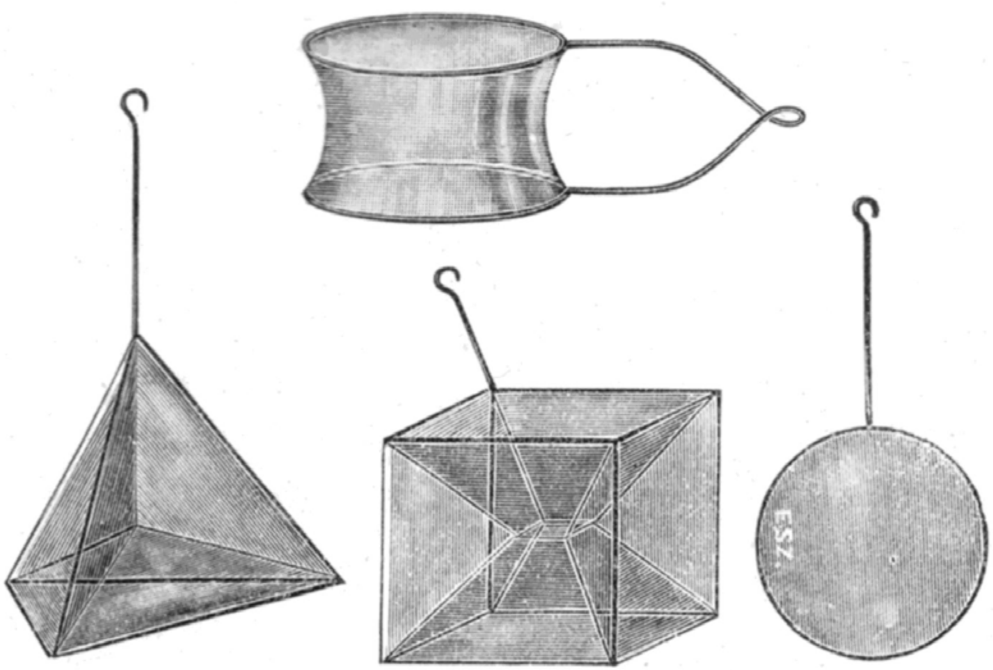
$V = 50{,}55 = 2^2 \cdot \pi \cdot x$ (2 pont)

$x = \dfrac{50{,}55}{4\pi}$ = 4,02 méter magasan lesz a víz a felállított tartályban. (1 pont)

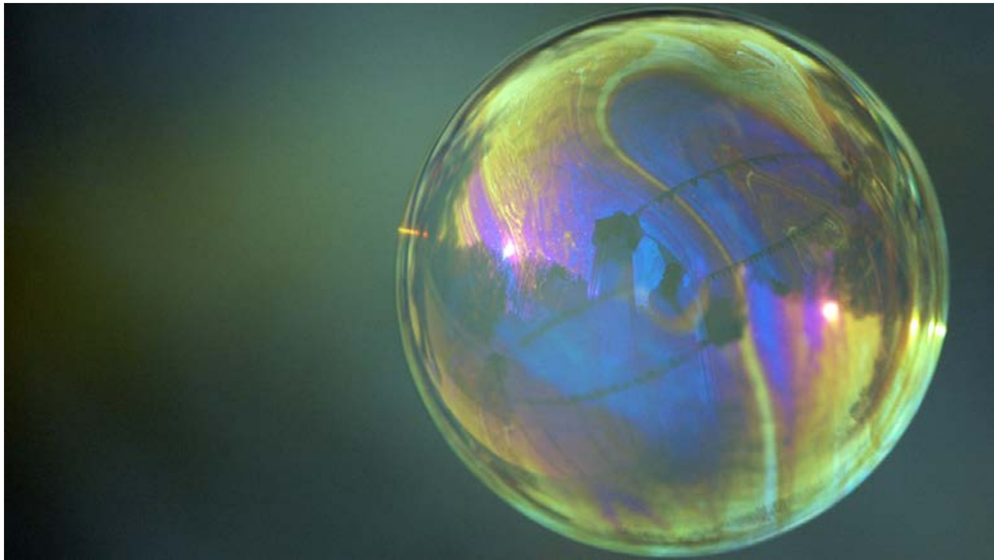


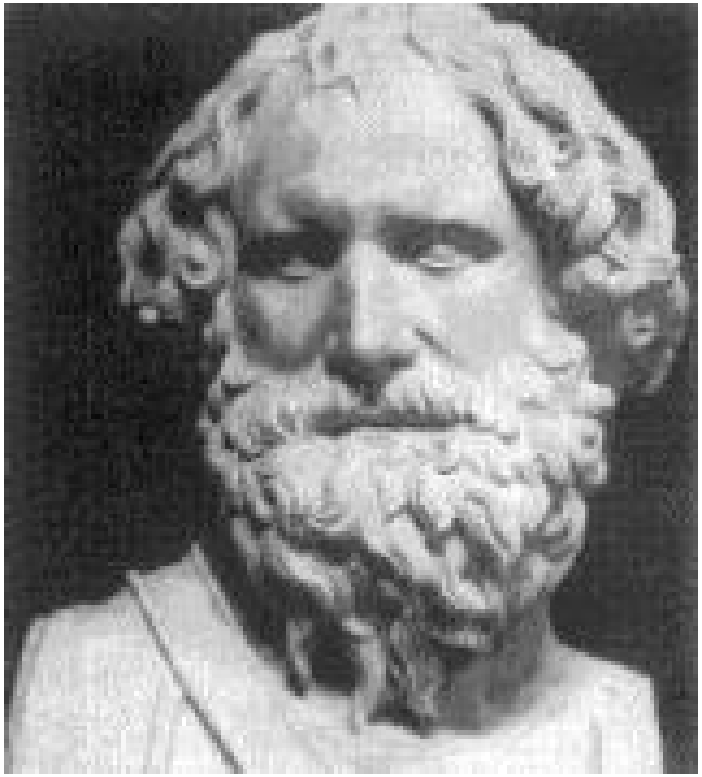

légcső
hörgők
tüdő
hörgőcske
léghólyagocskák

Minimálfelületek



Adott térfogat mellett a gömb felszíne a legkisebb.

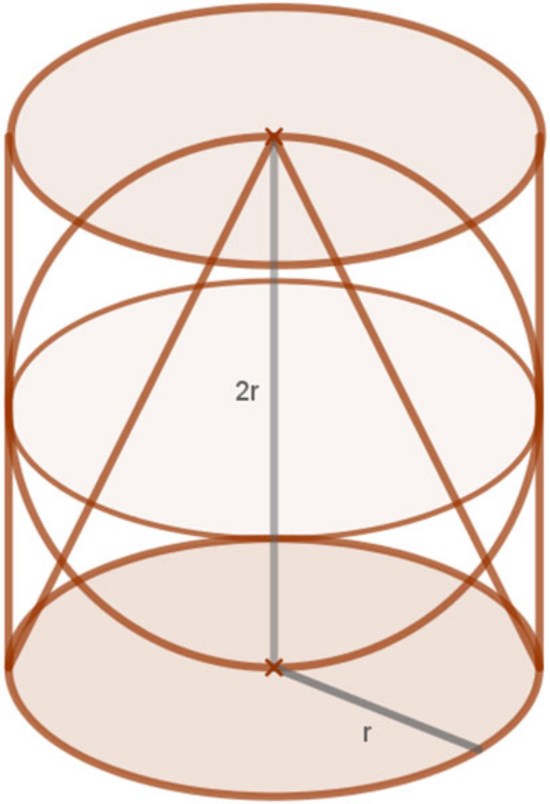




Arkhimédész

(Szirakuza, i. e. 287. - i. e. 212.)

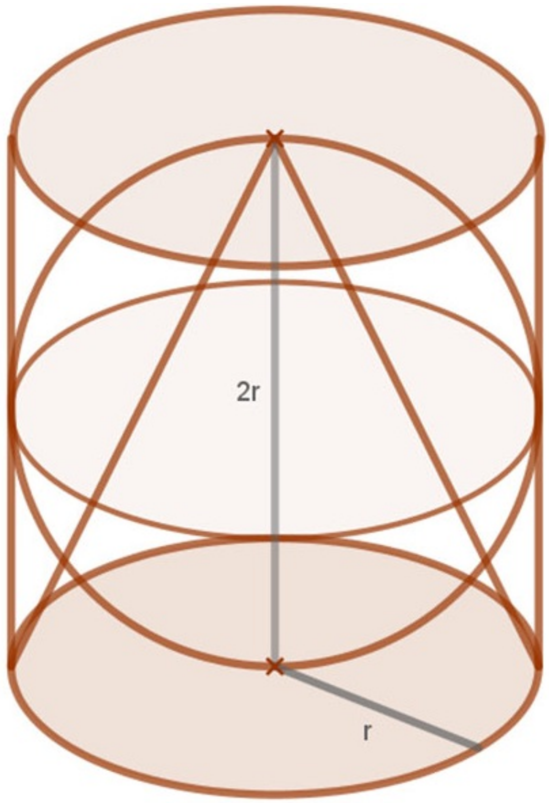
Gömb térfogatának meghatározása

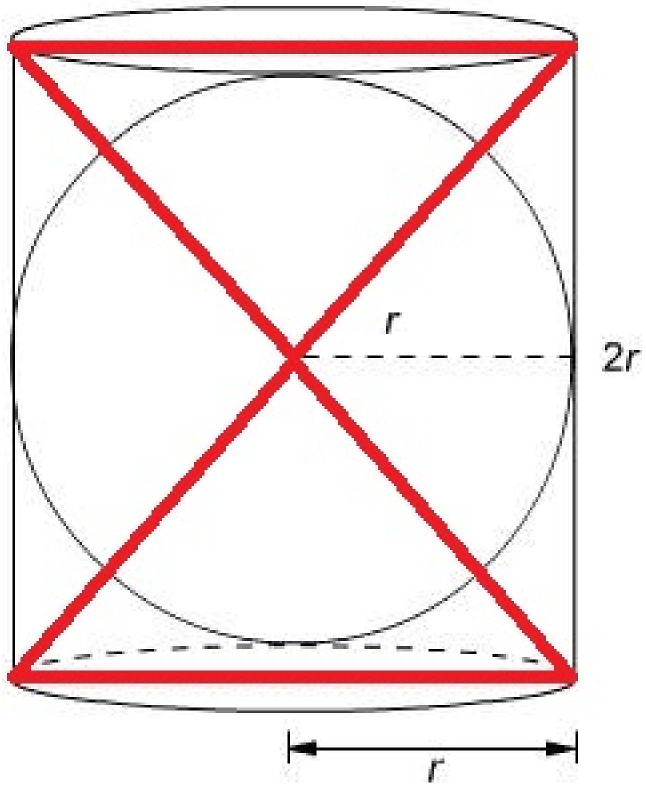


$$V_{henger} : V_{gömb} : V_{kúp} = 3 : 2 : 1$$

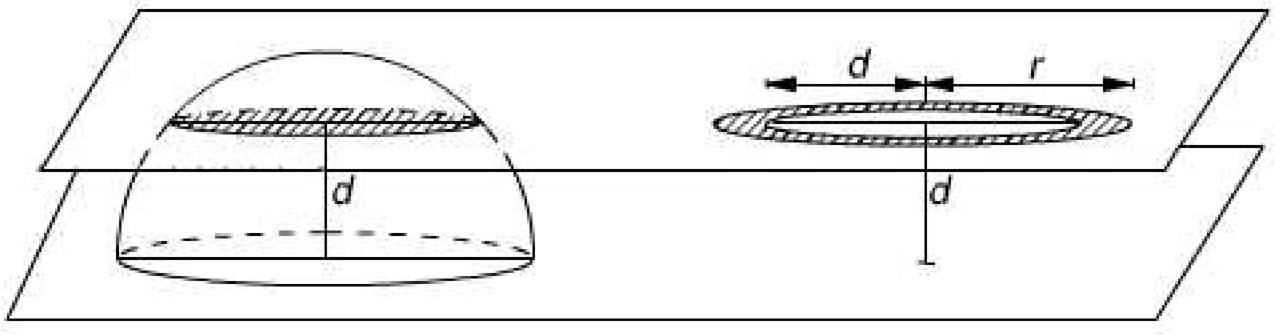
Eredményére annyira büszke volt, hogy kívánságát teljesítve a sírkövére is felvésték a hengerbe írt gömböt.

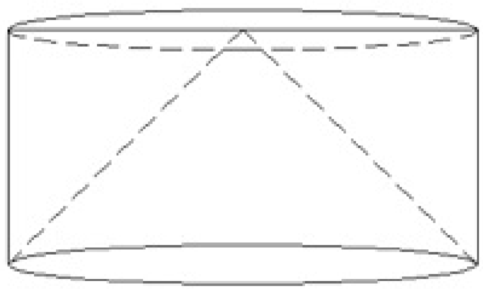
Térfogatukat tekintve a két ábrán lévő kúpok egyenlők?

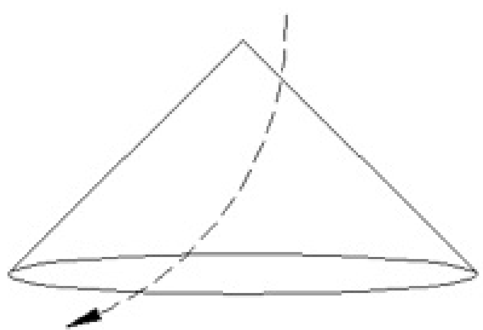


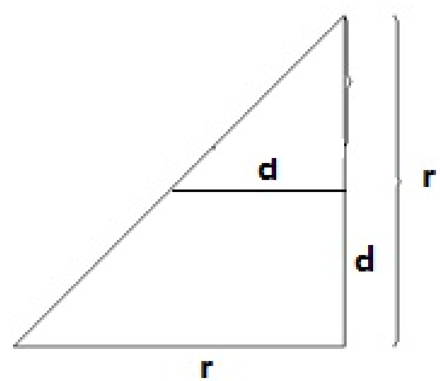


Cavalieri-elvet használjuk

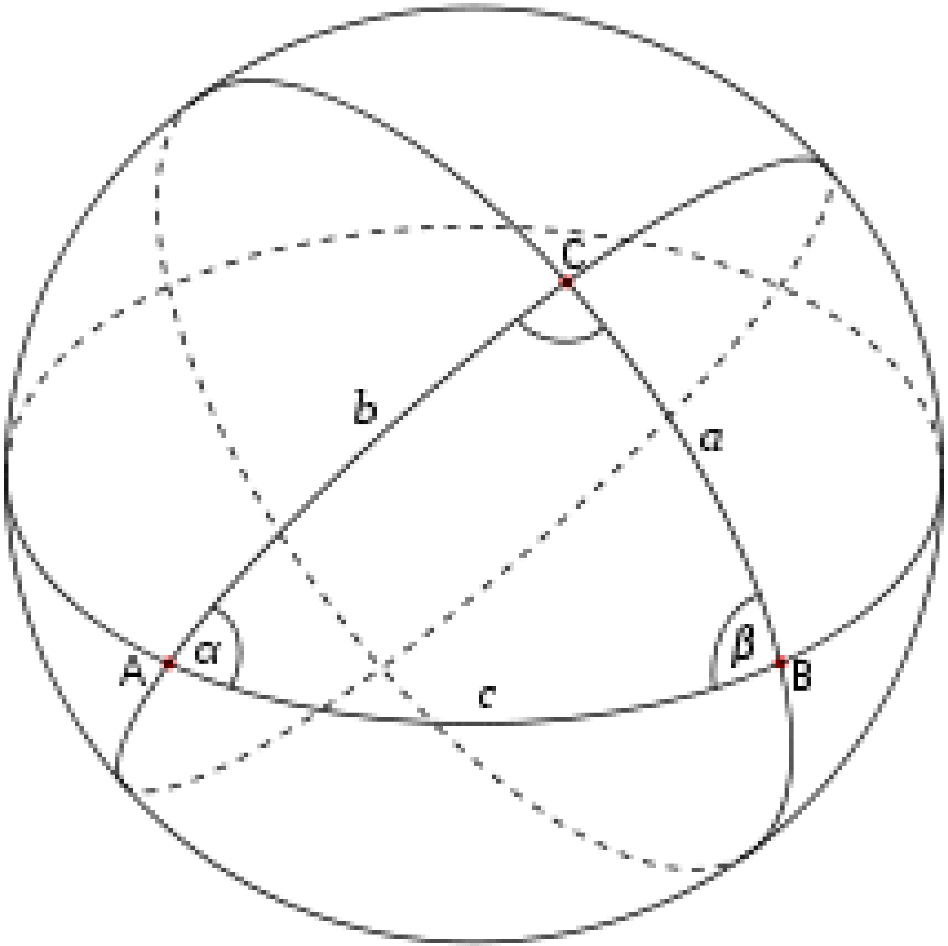








Gömbi háromszög



Lénárd István

Gömbkétszög